



MINISTERUL
EDUCAȚIEI, CULTURII
ȘI CERCETĂRII

Ion Achiri Andrei Braicov Olga Șpunteenco

Matematică

Manual

CLASA

6



EDITURA
PRUT



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CULTURII ȘI CERCETĂRII

Ion Achiri

Andrei Braicov

Olga Șpintenco

Matematică

Manual pentru clasa a



Acest manual este proprietatea Ministerului Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova.

Manualul școlar a fost realizat în conformitate cu prevederile curriculumului la disciplină, aprobat prin Ordinul Ministrului Educației, Culturii și Cercetării nr. 906 din 17 iulie 2019. Manualul a fost aprobat prin Ordinul Ministrului Educației, Culturii și Cercetării nr. 1343 din 03 decembrie 2020, ca urmare a evaluării calității metodică-științifice.

Denumirea instituției de învățământ _____ Acest manual a fost folosit:				
Anul de folosire	Numele și prenumele elevului	Anul școlar	Aspectul manualului	
			la primire	la returnare
1				
2				
3				
4				
5				

- Dirigințele clasei verifică dacă numele, prenumele elevului sunt scrise corect.
- Elevii nu vor face niciun fel de însemnări în manual.
- Aspectul manualului (la primire și la returnare) se va aprecia cu unul dintre următorii termeni: *nou, bun, satisfăcător, nesatisfăcător*.

Toate drepturile asupra acestei ediții aparțin Editurii Prut Internațional.

Reproducerea integrală sau parțială a textului sau a ilustrațiilor din această carte este permisă doar cu acordul scris al editurii.

Autori: *Ion Achiri*, doctor, conferențiar universitar, IȘE
Andrei Braicov, doctor, conferențiar universitar, UST
Olga Șpunteco, profesoară, grad didactic superior

Comisia de evaluare: *Aliona Lașcu*, grad didactic superior, LT „Mihai Eminescu”, Chișinău – coordonator
Dorin Afanas, doctor, conferențiar universitar, UST
Ludmila Baș, grad didactic superior, LT „Constantin Stere”, Soroca
Nina Ungureanu, grad didactic I, LT „Lucian Blaga”, Iargara, Leova
Aliona Pîslaru, grad didactic I, Gimnaziul Pociumbeni, Râșcani

Redactor: *Andrei Braicov*

Corector: *Nina Artin*

Copertă: *Sergiu Stanciu*

Paginare computerizată: *Valentina Stratu*

Editura se obligă să achite deținătorilor de copyright, care încă nu au fost contactați, costurile de reproducere a imaginilor folosite în prezenta ediție.

© Editura Prut Internațional, 2020

© I. Achiri, A. Braicov, O. Șpunteco, 2020

Editura Prut Internațional, str. Alba Iulia 23, bl. 1 A, Chișinău, MD-2051

Tel.: (+373 22) 75 18 74; (+373 22) 74 93 18; e-mail: office@prut.ro; www.edituraprut.md

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții

Achiri, Ion

Matematică: Manual pentru clasa a VI-a / Ion Achiri, Andrei Braicov, Olga Șpunteco; comisia de evaluare: Aliona Lașcu (coordonator) [et al.]; Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova. – Chișinău: Prut Internațional, 2020 – 244 p.

ISBN 978-9975-54-517-4

51(075.3)

A 16

Imprimat la F.E.-P. Tipografia Centrală. Comanda nr. 3076

IERE NATURALE. RECAPITULARE ȘI COMPLETĂRI



- §1. Mulțimea numerelor naturale
- §2. Divizibilitate
- §3. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea $\mathbb{N}$

2

3

4

5

 $a:10$ $a : 5$ $a \vdash 2$

§1 Mulțimea numerelor naturale

1.1. Mulțimea numerelor naturale. Recapitulare



Ne amintim

Numerele 0, 1, 2, 3, ..., 10, ..., 879, ..., 2020, ... se numesc **numere naturale**.

Mulțimea numerelor naturale se notează cu $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Mulțimea numerelor naturale este infinită.

Mulțimea numerelor naturale nenule se notează cu $\mathbb{N}^*$.

Rezolvăm și explicăm

- 1 Scrieți trei elemente ce aparțin mulțimii M – mulțimea numerelor naturale pare.

Rezolvare:

$$2 \in M; \quad \square \in M; \quad \square \in M.$$

- 2 Reprezentați mulțimea prin enumerarea elementelor:

a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 12 \leq x < 16\};$

Rezolvare:

$$A = \{12, 13, \square\};$$

b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x \leq 7\}.$

Rezolvare:

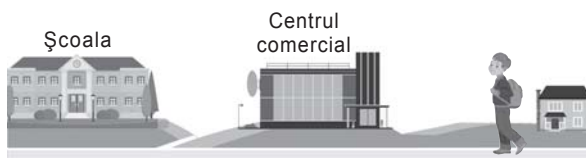
$$B = \{\square\}.$$

1.2. Operații cu numere naturale. Recapitulare



Ne amintim

Dumitru pleacă și se întoarce acasă de la școală pe același traseu, deplasându-se cu aceeași viteză. De acasă până la centrul comercial el merge 5 minute, iar de la centrul comercial până la școală – 7 minute.

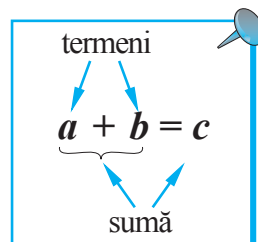


- a) În câte minute parcurge Dumitru distanța de acasă până la școală?

Rezolvare:

$$\begin{array}{ccc} 5 & + & 7 = 12 \text{ (min.)} \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{termeni} & & \text{sumă} \end{array}$$

Răspuns: 12 minute.



b) În cât timp ajunge Dumitru de la școală acasă?

Rezolvare:

$$7 + 5 = 12 \text{ (min.)}$$

Obținem: $5 + 7 = 7 + 5$ →

$$a + b = b + a, a, b \in \mathbb{N}$$

Comutativitatea adunării

Răspuns: 12 minute.

c) În câte minute va ajunge Dumitru de acasă până la școală dacă va intra pentru 10 minute în centrul comercial?

Rezolvare:

$$(5 + 10) + 7 = 15 + 7 = 22 \text{ (min.)}$$

$$\text{sau } 5 + (10 + 7) = 5 + 17 = 22 \text{ (min.)}$$

Obținem: $(5 + 10) + 7 = 5 + (10 + 7)$ →

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

Asociativitatea adunării

Răspuns: 22 de minute.

Generalizăm

Proprietățile adunării

1. Comutativitatea adunării

$a + b = b + a$, oricare ar fi numerele naturale a și b .

La schimbarea locului (comutarea) termenilor, suma nu se schimbă.

2. Asociativitatea adunării

$(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi numerele $a, b, c \in \mathbb{N}$.

Oricum am asocia (grupa) numerele la adunare, suma nu se schimbă.

3. Elementul neutru 0

$a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi numărul natural a .

Adunând un număr cu zero sau adunând la zero un număr, obținem același număr.

d) Cu câte minute mai puține parcurge Dumitru distanța de acasă până la centrul comercial decât de la centrul comercial până la școală?

Rezolvare:

$$7 - 5 = \square \text{ (min.)}$$

descăzut scăzător diferență

Răspuns: $\square$ minute.

$$\begin{array}{cc} \text{descăzut} & \text{scăzător} \\ \downarrow & \downarrow \\ a - b = c \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & \uparrow \\ & \text{diferență} \end{array}$$

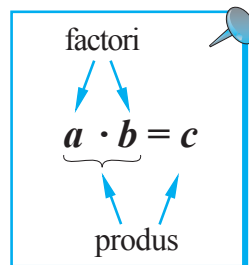
e) Aflați distanța de la casa lui Dumitru până la școală, dacă el se deplasează cu viteza de 80 m/min.

Rezolvare:

$$80 \cdot 12 = \boxed{} \text{ (m)}$$

factori
produs

Răspuns: $\boxed{}$ m.



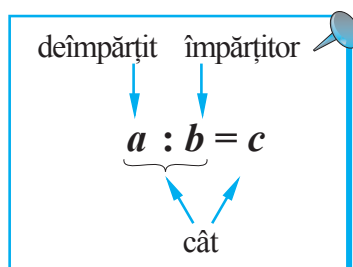
f) Cu ce viteză trebuie să se deplaseze Dumitru pentru a ajunge la școală în 10 min.?

Rezolvare:

$$\boxed{} : 10 = \boxed{} \text{ (m/min.)}$$

deîmpărțit
împărțitor
cât

Răspuns: $\boxed{}$ m/min.



L U C R Ă M Î N P E R E C H I !



1 Reproduceți și completați tabelul:

a	b	$a \cdot b$	$b \cdot a$
6	9		
42	11		
76	1		



Concluzii: $a \cdot b = \boxed{} \cdot \boxed{}$
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = \boxed{}$

2 Reproduceți și completați tabelul:

a	b	c	$(a \cdot b) \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$	$a \cdot (b + c)$	$a \cdot b + a \cdot c$
2	7	5				
12	13	4				
6	1	9				



Concluzii: $a \cdot (b \cdot c) = \boxed{} \cdot \boxed{}$
 $a \cdot (b + c) = \boxed{} + \boxed{}$

Generalizăm

Proprietățile înmulțirii numerelor naturale

1. Comutativitatea înmulțirii

$a \cdot b = b \cdot a$, oricare ar fi numerele naturale a și b .

La schimbarea locului (comutarea) factorilor, produsul nu se schimbă.

2. Asociativitatea înmulțirii

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, oricare ar fi numerele $a, b, c \in \mathbb{N}$.

Oricum am asocia (grupa) factorii, produsul nu se schimbă.

3. Elementul neutru 1

$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, oricare ar fi numărul natural a .

Înmulțind un număr cu 1 sau înmulțind 1 cu un număr, obținem același număr.

4. Distributivitatea față de adunare și scădere

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, oricare ar fi numerele $a, b, c \in \mathbb{N}$.

$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, oricare ar fi numerele $a, b, c \in \mathbb{N}$.

5. $0 \cdot a = a \cdot 0 = 0$, oricare ar fi numărul natural a .

Aplicăm

Calculați în modul cel mai convenabil: a) $103 \cdot 8$; b) $167 \cdot 52 - 167 \cdot 42$.

Rezolvare:

$$a) 103 \cdot 8 = (100 + 3) \cdot 8 = \square \cdot \square + \square \cdot \square = \square + \square = \square.$$

$$b) 167 \cdot 52 - 167 \cdot 42 = 167 \cdot (\square - \square) = 167 \cdot \square = \square.$$

1.3. Ridicarea la putere

Cercetăm și descoperim

Zahărul rafinat este ambalat în cutie, în straturi. Fiecare strat constă din 4 rânduri a câte 4 bucăți de zahăr. În total sunt 4 astfel de straturi. Câte bucăți de zahăr sunt în cutie?

Rezolvare:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \text{ (bucăți).}$$

Răspuns: 64 de bucăți.



Ne amintim

$$\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4}_{\text{produs a trei factori}} = \underbrace{4^3}_{\substack{\text{exponentul puterii} \\ \text{puterea} \\ \text{baza puterii}}}$$



Rețineți!

- ♦ **Ridicarea la putere** cu exponentul natural $n > 1$ a unui număr natural a se numește înmulțirea a n factori, fiecare egal cu a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ ori}}, \text{ unde } n > 1 \text{ (citim „a la puterea n”).}$$

$$1^n = 1; \quad a^0 = 1, \text{ dacă } a \neq 0; \quad a^1 = a; \quad 0^0 \text{ nu are sens.}$$

- ♦ **Ridicarea la puterea n** a unui număr natural este o înmulțire repetată cu n factori egali cu numărul dat.

Aplicăm



Scrieți ca putere:

a) $5 \cdot 5 = 5^2$ – se citește „5 la puterea a doua” sau „5 la pătrat”;

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ – se citește „2 la puterea a treia” sau „2 la cub”;

c) $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{7 \text{ factori}} = 3^{\square}$ – se citește „ $\square$ la puterea a $\square$ ”;

d) $\underbrace{9 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 9}_{10 \text{ factori}} = \square^{\square}$ – se citește „ $\square$ la puterea a $\square$ ”.

- Calculați:

a) $7 \cdot 4^2 = 7 \cdot 16 = \square$

b) $(7 \cdot 4)^2 = \square^2 = \square$

c) $7 + 4^2 = 7 + \square = \square$



Ne amintim

Dacă expresia nu conține paranteze, operația **ridicarea la putere** se efectuează prima.

ESTE INTERESANT!

- ✓ Cuvântul *putere* (*potentia*) este prima dată utilizat de Rafaelo Bombelli în secolul al XVI-lea.
- ✓ Notăția a^n a fost introdusă de René Descartes (1596–1650).
- ✓ Puterile lui 10 au o importanță specială în matematică și în viață, având și denumiri interesante: 10^6 – milion, 10^9 – miliard (sau bilion), 10^{12} – trilion și așa mai departe.
Unul dintre astfel de numere e numit Googol. *Sarcină:* Găsiți în Wikipedia ce număr este Googol-ul și cine l-a numit astfel.

1.4. Proprietățile puterii

Cercetăm și descoperim

$$1 \quad 3^2 \cdot 3^3 = \underbrace{3 \cdot 3}_{2 \text{ ori}} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}_{3 \text{ ori}} = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{(2+3) \text{ ori}} = 3^{2+3}.$$

$$5^4 \cdot 5^2 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4 \text{ ori}} \cdot \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ ori}} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{(4+2) \text{ ori}} = 5^{4+2}.$$

Aplicăm. Calculați: $2^3 \cdot 2^4 = 2^{\square} + \square = 2^{\square} = \square$.

Rețineți!

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$,
oricare ar fi numerele naturale nenule a, m, n .

$$2 \quad 2^5 : 2^3 = 32 : 8 = 4 = 2^2 = 2^{5-3}.$$

$$3^5 : 3^2 = 243 : 9 = 27 = 3^3 = 3^{5-2}.$$

Aplicăm. Calculați: $7^6 : 7^4 = 7^{\square} - \square = 7^{\square} = \square$.

$a^m : a^n = a^{m-n}$,
oricare ar fi numerele naturale nenule a, m, n , cu $m > n$.

$$3 \quad (5^3)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) =$$

$$= (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 =$$

$$= 5^{2+2+2} = 5^{3 \cdot 2} = 5^6 = 15\,625.$$

$$(2^2)^4 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^8 = 2^{2 \cdot 4} = 256.$$

Aplicăm. Calculați: $(3^3)^5 = 3^{\square} \cdot \square = 3^{\square} = \square$.

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$,
oricare ar fi numerele naturale nenule a, m, n .

$$4 \quad (2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1\,000 = 8 \cdot 125 = 2^3 \cdot 5^3.$$

$$(10 \cdot 4)^2 = 40^2 = 1\,600 = 100 \cdot 16 = 10^2 \cdot 4^2.$$

Aplicăm. Calculați: $(4 \cdot 2)^2 = \square^2 \cdot \square^2 = \square \cdot \square = \square$.

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$,
oricare ar fi numerele naturale nenule a, b, n .

Generalizăm

Avem următoarele reguli de calcul cu puteri:

- ① Pentru a înmulți puteri cu aceeași bază, scriem baza și adunăm exponenții:
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.
- ② Pentru a împărți două puteri cu aceeași bază, scriem baza și scădem exponenții:
 $a^m : a^n = a^{m-n}$.
- ③ Pentru a ridica o putere la altă putere, scriem baza și înmulțim exponenții:
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.
- ④ Pentru a ridica un produs la putere, ridicăm fiecare factor la puterea respectivă:
 $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.

Exerciții și probleme



- Scrieți patru elemente care aparțin mulțimii:
 - A – mulțimea numerelor naturale de două cifre;
 - B – mulțimea numerelor naturale care se împart fără rest la 5;
 - C – mulțimea numerelor naturale care la împărțirea cu 10 dau restul 3.
- Reprezentați mulțimea prin enumerarea elementelor și aflați cardinalul ei:
 - A – mulțimea numerelor naturale de o singură cifră;
 - $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x < 6\}$;
 - $M = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 9\}$.
- Din elementele mulțimii $M = \left\{\frac{1}{2}; 3,5; 0; 0,1; 52; \frac{3}{4}; 7; 11\right\}$ formați mulțimea A , ale cărei elemente sunt numerele naturale – elemente ale mulțimii M . Aflați cardinalul mulțimii A .
- Distanța rutieră între Chișinău și Comrat este de 99 km, iar între Comrat și Cahul – de 82 km.
 - Câți kilometri a parcurs automobilul care s-a pornit din Chișinău și a ajuns la Cahul trecând prin Comrat?
 - Cu câți kilometri mai puțini a parcurs automobilul făcând cale întoarsă direct din Cahul spre Chișinău, fără a trece prin Comrat, dacă distanța de la Cahul până la Chișinău este de 168 km.
- Constituția Republicii Moldova a fost adoptată la 27.08.1994. Câți ani compleți trăiește țara noastră în baza Constituției?
- Terenul de volei trebuie îngrădit cu plasă. Lungimea terenului de formă dreptunghiulară este de 18 m, iar lățimea lui este de 2 ori mai mică decât lungimea. Câți metri de plasă trebuie de cumpărat?
- Calculați în modul cel mai convenabil:
 - $(12 + 99) + 101$;
 - $57 + (43 + 156)$;
 - $(324 + 529) + 676$;
 - $12 \cdot 13 + 13 \cdot 18$;
 - $37 \cdot 26 + 33 \cdot 26$;
 - $154 \cdot 56 - 46 \cdot 154$.
- Scrieți ca putere:
 - $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{7 \text{ factori}}$;
 - $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{20 \text{ factori}}$;
 - $\underbrace{5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5}_{100 \text{ factori}}$.
- Transcrieți și completați tabelul:

Puterea	3^7			5^{12}	
Baza puterii		5	7		
Exponentul puterii		4	10		100



10. LUCRĂM ÎN PERECHI!



Reproduceți și completați tabelul:

a)

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2											
a^3											

b)

a	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a^2										



Sfat

Învățați pe de rost aceste rezultate – ele vă vor fi de folos la studierea matematicii.

11. Folosind rezultatele din tabelele completate la ex. 10, calculați:

- a) $147 - 12^2$; b) $13^2 + 11^2$; c) $(2^2 + 13)^2$; d) $10^3 + 10^2$;
 e) $5 \cdot 4^3 - 150$; f) $17^2 - 7^2$; g) $750 : 5^3$; h) $15^2 - 5^3$.

12. Calculați:

- a) $(2 \cdot 6)^2$; b) $3^3 \cdot 5^2$; c) $4^2 : 2^4$; d) $(8^2)^2$; e) $(1^3)^5$;
 f) $7^3 - 5^3$; g) $3 \cdot 3^4$; h) $(2^3)^2 \cdot 4$; i) $125 : 5^2$; j) $6^6 : (2^5 \cdot 3^5)$.



13. Într-un troleibuz erau 67 de pasageri. La prima stație au coborât 19 pasageri și au urcat 23, la stația a doua au coborât 32 de pasageri și au urcat 12. Câți pasageri erau în troleibuz după stația a doua?



14. Calculați folosind modelul:

Model:

$$36 \cdot 25 = 9 \cdot (4 \cdot 25) = 9 \cdot 100 = 900.$$

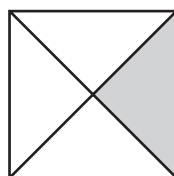
- a) $150 \cdot 42$; b) $112 \cdot 12$; c) $18 \cdot 35$.

15. Calculați utilizând distributivitatea înmulțirii:

- a) $102 \cdot 13$; b) $201 \cdot 24$; c) $105 \cdot 36$;
 d) $127 \cdot 23 + 127 \cdot 77$; e) $352 \cdot 92 + 352 \cdot 208$.

16. Ce este mai mare: suma a 11 termeni egali cu 12 sau suma a 12 termeni egali cu 11? Argumentați răspunsul.

17. Perimetrul pătratului reprezentat este egal cu 48 cm. El a fost divizat în 4 triunghiuri. Calculați aria unui triunghi.



18. LUCRĂM ÎN PERECHI!



Calculați în modul cel mai convenabil:

- a) $417 \cdot 38 + (583 \cdot 11 + 583 \cdot 27)$; b) $12 \cdot 17 + 35 \cdot 13 + 17 \cdot 23$;
c) $(37 \cdot 26 + 58 \cdot 34) + 21 \cdot 26$; d) $((2^2)^3 \cdot 74 + 102 \cdot 10) + 64 \cdot 26$.

19. Scrieți ca putere cu baza 2:

- a) 8; b) 64; c) 1024; d) 256; e) $(4^3)^4$; f) 16^5 ; g) $32^2 \cdot 8^3$.

20. Aflați: a) cubul sumei numerelor 5 și 6;

b) suma cuburilor numerelor 5 și 6;

c) pătratul diferenței numerelor 33 și 17;

d) diferența pătratelor numerelor 33 și 17.

21. Calculați oral utilizând regulile de calcul al puterilor:

- a) $5^3 \cdot 4^3$; b) $(2^6)^2 : 2^9$; c) $(15^3 \cdot 15^7) : 15^9$; d) $(3^2)^5 : (3^4 \cdot 3^3)$;
e) $(10^2)^3 : 10^4$; f) $(4^{12} \cdot 3^{12}) : (4 \cdot 3)^9$; g) $(7^2)^5 : 7^8 \cdot 10$.

22. Calculați:

- a) $2^6 \cdot 5^6 : 10^5$; b) $(15^2)^5 : (3^9 \cdot 5^8)$; c) $(25 \cdot 4)^{10} : (2^{19} \cdot 5^{19})$;
d) $(7^2)^5 : 49^3 \cdot 5^0$; e) $225 \cdot 15^5 \cdot 0^{12}$; f) $1^{200} \cdot (5 \cdot 6)^5 : 30^3$;
g) $4^{12} \cdot 8^8 : 16^{10}$; h) $9^5 \cdot 27^4 : 3^{20}$; i) $5^5 \cdot 25^{10} : 125^7$.

23. Comparați:

- a) 2^5 ● 5^2 ; b) 3^4 ● 4^3 .



24. Pentru numerotarea paginilor unei cărți s-au folosit 183 de cifre. Câte pagini are cartea?

25. Cinci pisici prind cinci șoareci în cinci minute. Câți șoareci vor prinde 10 pisici în 10 minute?

26. Aflați ultima cifră a numărului: a) 2021^{15} ; b) 56^{100} ; c) 3^{20} .

27. 1) Cercetați și completați:

$$1 + 3 = 4 = 2^2;$$

$$1 + 3 + 5 = \blacksquare = \blacksquare^2;$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = \blacksquare = \blacksquare^2;$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \blacksquare = \blacksquare^2.$$

2) Ce legitate ați observat? Formulați-o.

3) Folosind legitatea descoperită, calculați suma primelor 20 de numere naturale impare.

4) Calculați suma tuturor numerelor naturale impare de la 1 la 99.

§2 Divizibilitate

2.1. Divizor. Multiplu



Ne amintim

1 Nif-Nif, Naf-Naf și Nuf-Nuf doresc să cumpere mere. Cele două lăzi conțin aceeași masă de mere. Pe care dintre ele trebuie să o aleagă ei astfel încât fiecărui purceluș să-i revină același număr de mere?



15 mere

①



20 de mere

②

Rezolvare:

15 mere pot fi împărțite în mod egal la 3 purceluși.

Scriem:

$$15 : 3 \text{ sau } 3 \overline{) 15}$$

Citim:

15 este divizibil cu 3
3 divide 15

3 este divizor al lui 15

20 de mere nu pot fi împărțite în mod egal la 3 purceluși.

Scriem:

$$20 \not\div 3 \text{ sau } 3 \nmid 20$$

Citim:

20 nu este divizibil cu 3
3 nu divide 20

3 nu este divizor al lui 20



Ne amintim

- Numărul natural a este **divizibil cu** numărul natural b dacă există un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$.

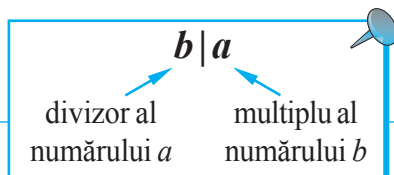
Scriem: $a : b$.

Se mai spune: b este **divizor** al numărului a sau b **divide** numărul a .

Scriem: $b \mid a$.

- Numărul natural a este **multiplu** al numărului natural b dacă a se împarte exact la b .

Evident, dacă b divide a , atunci a este un multiplu al numărului b .



Aplicăm

2 Câți divizori și câți multipli are numărul 12?

Rezolvare:

Deoarece 12 se divide cu 1, 2, 3, 4, 6, 12, rezultă că acest număr are 6 divizori.

La 12 se împarte exact fiecare dintre numerele 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Observăm că orice număr de forma $12 \cdot n$, unde $n \in \mathbb{N}$, se împarte exact la 12.

Prin urmare, 12 are o infinitate de multipli.

Răspuns: Numărul 12 are 6 divizori și o infinitate de multipli.

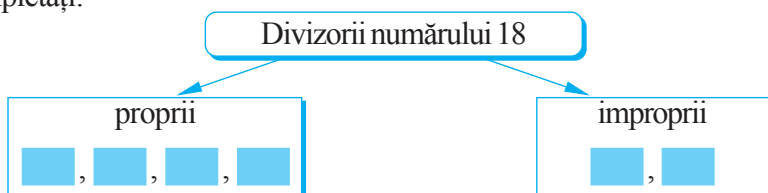


Rețineți!

- ♦ **Mulțimea divizorilor** unui număr natural nenul n este finită și se notează D_n .
 - ♦ **Mulțimea multiplilor** unui număr natural nenul n este infinită și se notează M_n .
- Deci, $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$;
 $M_{12} = \{0, 12, 24, 36, 48, \dots\}$.

Observație. Orice număr natural nenul n se divide cu 1 și cu n . Numerele 1 și n se numesc **divizori improprii** ai numărului n , ceilalți divizori se numesc **divizori proprii**.

• Completați:



2.2. Criterii de divizibilitate

1 Selectați numerele care se potrivesc fiecărui coș.

12

30

21

80

56

100

370

48

35

79

64

95

Numere
divizibile
cu 2

Numere
divizibile
cu 5

Numere
divizibile
cu 10



Ne amintim

- Un număr natural **este divizibil cu 2** dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.
- Un număr natural **este divizibil cu 5** dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
- Un număr natural **este divizibil cu 10** dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0.

Cercelăm și descoperim

2 Care poate fi ultima cifră a unui număr divizibil cu 3?

Rezolvare:

Examinăm câțiva multipli ai numărului 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, ...

Răspuns: Orice cifră.

3 Examinați șirul numerelor și completați:

81, 268, 873, 100, 108, 78, 95

Numere divizibile cu 3

81

Numere a căror sumă de cifre
este divizibilă cu 3

81

- Trageți concluzia.
- Rezolvați sarcina 3 cercetând divizibilitatea cu 9. Trageți concluzia.

Rețineți!

- ◆ Un număr natural **este divizibil cu 3** dacă și numai dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 3.
- ◆ Un număr natural **este divizibil cu 9** dacă și numai dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 9.

Aplicăm

Aplicați criteriile de divizibilitate și selectați numerele divizibile cu:

a) 3; b) 9.

384

567

421

8 883

1 234

3 456

288

234

Model:

$168 : 3$, deoarece
 $1 + 6 + 8 = 15$,
iar $15 : 3$.

4 Adevărat sau Fals?

- Toate numerele divizibile cu 9 sunt divizibile cu 3.
- Toate numerele divizibile cu 3 sunt divizibile cu 9.
- Unele numere divizibile cu 3 sunt divizibile cu 9.



2.3. Numere prime. Numere compuse.

Descompunerea numărului în produs de factori primi

1 Observați numerele. Ajutați-l pe Naf-Naf să aleagă numerele care nu au divizori proprii (adică numerele care se divid doar la ele înseși și la 1).

53

42

38

27

485

43

39

71

81

19

Rezolvare:

Numerele 53, 71, 43, 19 se divid doar la 1 și la ele înseși. Astfel de numere se numesc **numere prime**.

Fiecare dintre numerele 42, 38, 81, 27, 39 au mai mult de 2 divizori. De exemplu, 42 se divide cu 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42.

Astfel de numere se numesc **numere compuse**.





Rețineți!

- ◆ Un număr natural n este **număr prim** dacă are doar doi divizori: 1 și n .
- ◆ Un număr natural n este **număr compus** dacă are mai mult de doi divizori.

Observație. Numărul 1 nu este nici simplu, nici compus, deoarece se divide doar cu 1.

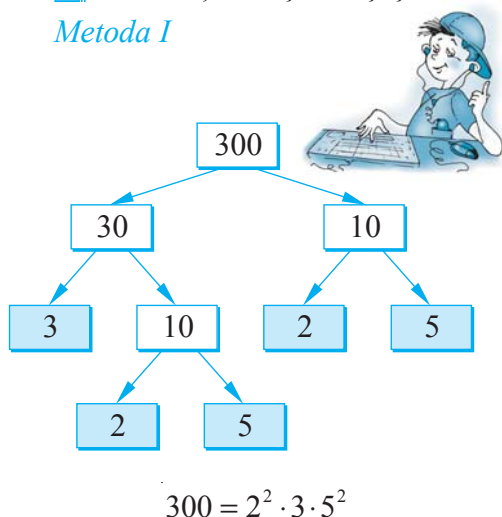
Aplicăm

- Completați șirul astfel încât să scrieți primele zece numere prime:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, , , .

2 Observați cum Știetot și Știemult au descompus în factori primi numărul 300.

Metoda I



Metoda II

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	



- ① Împărțim exact numărul din stânga la cel mai mic număr prim posibil și scriem câtul obținut sub deîmpărțit.
- ② Repetăm pasul ① până când obținem câtul 1.

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Aplicăm

- Descompuneți în factori primi numărul: a) 420; b) 1 200.

DIN ISTORIE...

Eratostene din Cyrene (276–194 î.H.) a fost matematician, poet, atlet, geograf și astronom antic grec, care a descoperit un procedeu de a găsi numere prime, numit Ciurul lui Eratostene.

Procedeu presupune eliminarea numerelor compuse dintr-un șir de numere naturale scrise în ordine începând cu 1: primul număr diferit de 1, și anume 2, este prim; multiplii lui 2, numerele pare, sunt numere compuse și se elimină. Primul număr neeliminat după 2 este 3, care este prim, iar toți multiplii săi sunt numere compuse și de asemenea se elimină. Următorul număr rămas este 5, care este prim, iar toți multiplii săi se elimină ș.a.m.d.



2.4. Cel mai mare divizor comun

Cercelăm și descoperim

1 În preajma sărbătorilor de iarnă, un magazin a pregătit cadouri identice cu bomboane „Meteorit” și „Do-re-mi”. Câte cadouri, cel mult, pot fi formate cu 120 de bomboane „Meteorit” și 144 de bomboane „Do-re-mi”?

Rezolvare:

Fiecare dintre numerele 120 și 144 trebuie să se dividă cu numărul de cadouri. Scriem divizorii fiecărui număr.

$$D_{120} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 60, 120\}.$$

$$D_{144} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 36, 72, 144\}.$$

Observăm că cel mai mare număr care divide 120 și 144 este 24.

Prin urmare, pe raft pot fi cel mult 24 de cadouri.

Spunem că 24 este *cel mai mare divizor comun* al numerelor 120 și 144.

Scriem: 24 este c.m.m.d.c. al numerelor 120 și 144.

Notăm: $(120, 144) = 24$.

Răspuns: 24 de cadouri.

Rețineți!

- ♦ **Cel mai mare divizor comun** al numerelor naturale a și b este cel mai mare număr natural la care se împarte exact fiecare dintre numerele a și b .

Notăm: (a, b) .

- ♦ Dacă $(a, b) = 1$, atunci numerele a și b se numesc **numere prime între ele**.

2 Calculați c.m.m.d.c. al numerelor 450 și 1050.

Rezolvare:

① Descompunem în factori primi fiecare număr și aflăm (subliniem) toți factorii primi comuni:

$$\begin{array}{r|l} 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \longrightarrow \quad 450 = \underline{2} \cdot \underline{3^2} \cdot \underline{5^2}$$

$$\begin{array}{r|l} 1050 & 2 \\ 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \longrightarrow \quad 1050 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5^2} \cdot 7$$

② Calculăm produsul factorilor primi care au cei mai mici exponenți ai puterilor și care apar în ambele descompuneri.

$$(450, 1050) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150.$$



Rețineți!

Pentru a afla cel mai mare divizor comun a două numere (c.m.m.d.c.):

- ① descompunem numerele date în factori primi și aflăm (subliniem) toți factorii primi comuni din descompunerile obținute;
- ② aflăm produsul dintre factorii primi comuni care au cei mai mici exponenți ai puterilor.

Pe baza acestei reguli se poate afla cel mai mare divizor comun a trei și mai multe numere. De exemplu, $72 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot 3$, $84 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 7 \cdot \underline{3}$, $180 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 3 \cdot 5$.

Deci, $(72, 84, 180) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$.

Dacă numerele date nu au factori primi comuni, atunci cel mai mare divizor comun al acestora este 1. De exemplu, $(9, 11) = 1$.

Dacă un număr natural se împarte exact la alt număr, atunci numărul mai mic este tocmai cel mai mare divizor comun al numerelor date. De exemplu, $48 : 24 = 2$, deci $(48, 24) = 24$.

Observație. Dacă b divide a , atunci $(a, b) = (b, a) = b$.

2.5. Cel mai mic multiplu comun

Cercelăm și descoperim

📌 Câte rațe, cel puțin, sunt în cârd, dacă la baltă ele se duc câte 8 în rând, iar de la baltă se întorc câte 6 în rând?

Rezolvare:

Numărul de rațe trebuie să fie divizibil cu 6 și cu 8.

Scriem câțiva multipli ai numerelor 6 și 8.

$$M_6 = \{0, 6, 12, 18, \textcolor{blue}{24}, 30, 36, 42, 48, \dots\}.$$

$$M_8 = \{0, 8, 16, \textcolor{blue}{24}, 32, 40, 48, \dots\}.$$

Observăm că cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 8 este 24. Prin urmare, în cârd erau cel puțin 24 de rațe.

Răspuns: 24 de rațe.

Spunem că 24 este *cel mai mic multiplu comun* al numerelor 6 și 8.

Scriem: 24 este c.m.m.m.c. al numerelor 6 și 8.

Notăm: $[6, 8] = 24$.





Rețineți!

Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale a și b este cel mai mic număr natural nenul care se împarte exact la fiecare dintre numerele a și b .

Notăm: $[a, b]$.

2 Calculați c.m.m.m.c. al numerelor 144 și 150.

Rezolvare:

① Descompunem în factori primi fiecare număr.

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \longrightarrow \quad 144 = \underline{2^4} \cdot \underline{3^2}$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \longrightarrow \quad 150 = 2 \cdot 3 \cdot \underline{\underline{5^2}}$$

② Calculăm produsul dintre factorii primi care au cei mai mari exponenți ai puterilor și sunt prezenți în cel puțin una dintre descompuneri:

$$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 3600 \text{ sau } [144, 150] = 3600.$$

Răspuns: $[144, 150] = 3600$.



Rețineți!

Pentru a afla cel mai mic multiplu comun a două numere (c.m.m.m.c.):

- ① descompunem numerele date în factori primi;
- ② calculăm produsul factorilor primi care au cei mai mari exponenți ai puterilor și sunt prezenți în cel puțin una dintre descompuneri. Pentru a determina acești factori, completăm descompunerea unuia dintre numere cu acei factori din descompunerea celuilalt număr care lipsesc la descompunerea primului număr.

Dacă un număr se divide cu altul, atunci numărul mai mare este cel mai mic multiplu comun al acestor numere. De exemplu, $[48, 24] = 48$, deoarece $48 : 24$.

Cel mai mic multiplu comun a două numere reciproc prime este egal cu produsul acestor numere. De exemplu, $[9, 11] = 9 \cdot 11 = 99$.

Putem afla cel mai mic multiplu comun nu numai a două numere, ci și a mai multor numere, utilizând regulile de mai sus.

3 Calculați c.m.m.m.c. al numerelor 24, 63 și 40.

Rezolvare:

Descompunem în factori primi fiecare număr:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3, \quad 63 = 3 \cdot 3 \cdot 7, \quad 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5.$$

$$\text{Atunci } [24, 63, 40] = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 = 2520.$$

Răspuns: $[24, 63, 40] = 2520$.

Observație. Se poate arăta că $[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$, pentru orice numere nenule.

Într-adevăr, $(144, 150) = 6$ și $\frac{144 \cdot 150}{6} = 3\,600$.

$(144, 150)$ $[144, 150]$

Rețineți!

$$[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$$

Exerciții și probleme



1. Selectați oral numerele divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10.

421

500

36

970

4000

2 615

360

995

59

45

70 225

2. Scrieți toate numerele naturale de două cifre:

a) divizibile cu 2 și cu 5;

b) divizibile cu 10;

c) care se divid cu 5, dar nu se divid cu 10.

3. Aflați câtul și restul împărțirii:

a) $2\,456 : 5$;

b) $3\,149 : 2$;

c) $2\,783 : 10$;

d) $1\,234 : 3$;

e) $43\,210 : 9$.

4. Aflați numerele mai mici decât 30, fiecare egal cu suma divizorilor săi, în afară de el însuși.

5. Aplicând criteriul corespunzător de divizibilitate, selectați oral numerele divizibile cu: a) 3; b) 9.

436

199

11 211

2 880

6 666

7 728

91 917

46 438

5 423

6 485

6. Aflați divizorii proprii ai numărului: a) 36; b) 48; c) 126; d) 416; e) 500.

7. Determinați multiplii de două cifre ai numărului: a) 21; b) 18; c) 35; d) 19.

8. Selectați numerele prime:

177

311

137

267

123

211

163

9. Descompuneți în factori primi numărul:

a) 36;

b) 80;

c) 100;

d) 136;

e) 240.

10. Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor:

a) 12 și 20; b) 27 și 72; c) 60 și 64; d) 96 și 36; e) 360 și 840; f) 84 și 112.

11. Simplificați fracția: a) $\frac{315}{320}$; b) $\frac{48}{124}$; c) $\frac{360}{420}$; d) $\frac{312}{390}$.

12. Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor:
 a) 5 și 8; b) 45 și 9; c) 27 și 45; d) 12 și 18; e) 33 și 39; f) 64 și 48.
13. Fără a efectua împărțirea, aflați oral restul împărțirii numărului 123 456 789 la:
 a) 2; b) 5; c) 10; d) 3; e) 9.
14. Aflați toate numerele de forma:
 a) $\overline{123a}$, divizibile cu 3;
 b) $\overline{25ab}$, divizibile cu 9;
 c) $\overline{63bc}$, divizibile cu 9 și cu 10.

Model: $\overline{ab} = 10a + b;$
 $\overline{abc} = 100a + 10b + c.$

15. LUCRĂM ÎN PERECHI!



Scrieți trei numere formate doar:

- a) din cifrele 1 și 0, divizibile cu 3; b) din cifrele 2 și 3, divizibile cu 3;
 c) din cifra 3, divizibile cu 9; d) din cifrele 1 și 4, divizibile cu 9.

16. Adevărat sau Fals?

- a) Produsul a două numere impare este un număr impar.
 b) Pătratul unui număr par este un număr impar.
 c) Cubul unui număr impar este un număr par.
 d) Cubul unui număr par este un număr par.



17. Două maxi-taxiuri se pornesc la ora 6:00 de la aceeași stație. Primul maxi-taxi revine peste fiecare 45 de minute, iar al doilea – peste fiecare oră. La ce oră se vor mai întâlni în stație cele două maxi-taxiuri?

18. Care este restul împărțirii numărului natural n la 6, dacă $n + 4$ este divizibil cu 6?

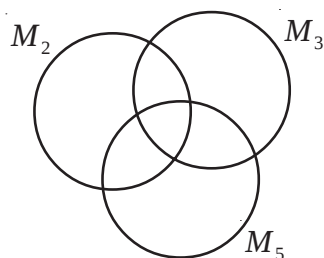
19. Adevărat sau Fals?



- a) Suma a două numere pare este un număr par.
 b) Diferența a două numere impare este un număr impar.
 c) Dacă $c | a$ și $c | b$, atunci $c | (a + b)$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{N}$.
 d) Dacă un număr natural se divide cu 5, atunci el se divide cu 10.
 e) Dacă un număr natural se divide cu 2 și cu 5, atunci el se divide cu 10.
 f) Dacă $c | (a + b)$, atunci $c | a$ și $c | b$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{N}$.

20. Copiați diagramele și plasați pe ele, la locul potrivit, numerele:

5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 25, 30.



21. Aflați numerele naturale m și n , știind că:
 a) $m + n = 24$ și $(m, n) = 8$; b) $m + n = 45$ și $(m, n) = 9$.
22. Aflați valorile lui x , multiplii numărului 7, pentru care este adevărată inegalitatea $45 < x < 98$.
23. La sfârșitul lecției, elevii i-au dat profesorului de matematică caietele pentru probele de evaluare și caietele cu temele pentru acasă, în total 55 de caiete. Toți elevii au dat oare profesorului ambele caiete?
24. **LUCRĂM ÎN PERECHI!** 
 Substituiți în șirul $5 * 1 *$ fiecare $*$ cu o cifră astfel încât numărul obținut să fie divizibil: a) cu 3; b) cu 9.
 Aflați toate soluțiile posibile.
25. Scrieți trei perechi de numere reciproc prime. Aflați pentru fiecare pereche de numere cel mai mic multiplu comun.
26. Care trebuie să fie cel mai mic număr de metri de plasă într-un sul pentru a putea fi vândută fără rest câte 3 m sau câte 5 m?
27. Aflați numerele de două cifre, multiplii lui 22.
28. Într-o cutie mică încap 24 de ciocolade, iar într-o cutie mare – 40 de ciocolade. Aflați cel mai mic număr de ciocolade care pot fi ambalate atât în cutiile mici, cât și în cutiile mari.
29. La competițiile sportive de gimnastică au participat echipe identice după componență. În total erau 145 de băieți și 87 de fete. În toate echipele erau același număr de băieți și același număr de fete.
 a) Aflați câte echipe au participat la competiții.
 b) Determinați câți băieți și câte fete erau în fiecare echipă.
30. Lia și Liza ambalează cele 24 de portocale și 18 pere în pachete cu același număr de fructe.
 a) E posibil să se formeze 9 pachete?
 b) Dar 8?
 c) Care este cel mai mare număr de pachete în care pot fi ambalate fructele?

31. La 10 mai, dintr-un port au plecat simultan 3 vapoare. Primul vapor revine în port din 4 în 4 săptămâni, al doilea – din 6 în 6 săptămâni, iar al treilea – din 3 în 3 săptămâni. Pe ce dată se vor întâlni în port cele trei vapoare?
32. Aflați cel mai mic număr natural care, împărțit pe rând la 7, 8, 9, dă resturile 5, 6, 7.
33. Aplicând Ciurul lui Eratostene, aflați toate numerele prime până la 90.

§3 Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea $\mathbb{N}$

3.1. Expresii matematice

Cercetăm și descoperim

• Cifrele, literele, semnele operațiilor aritmetice și parantezele alcătuiesc „alfabetul matematic”, cu care se scriu **expresii matematice**.

expresii numerice

$$\boxed{835} \quad \boxed{23 - 15} \quad \boxed{9 \cdot (25 + 36)}$$

expresii literale

$$\boxed{x} \quad \boxed{x - 2} \quad \boxed{(a - b) : c}$$

• Pentru prescurtare, s-a convenit a omite semnul înmulțirii în unele expresii literale.

$$\boxed{a \cdot b} \rightarrow \boxed{ab}$$

$$\boxed{4 \cdot x} \rightarrow \boxed{4x}$$

$$\boxed{a \cdot 2} \rightarrow \boxed{2a}$$

$$\boxed{x \cdot 7 \cdot y} \rightarrow \boxed{7xy}$$

Ați observat? Factorul numeric se scrie înaintea factorilor scriși cu litere.

$$\boxed{(a + 5) \cdot 2} \rightarrow \boxed{2(a + 5)}$$

$$\boxed{n \cdot (6 - m) \cdot 4} \rightarrow \boxed{4n(6 - m)}$$

• Argumentați de ce se omite scrierea factorului 1.

$$\boxed{1 \cdot x} \rightarrow \boxed{x}$$

$$\boxed{a \cdot 1} \rightarrow \boxed{a}$$

$$\boxed{b \cdot 1 \cdot c \cdot 5} \rightarrow \boxed{5bc}$$

Exersăm

1. În care dintre următoarele expresii pot fi omise semnele de înmulțire? Scrieți-le prescurtat.

a) $4 \cdot 8$

b) $n \cdot 6$

c) $x \cdot (y + 5) \cdot 2$

d) $m \cdot n \cdot 2 \cdot 1$

$4 \cdot x$

$3 \cdot a \cdot b$

$5 \cdot 7 \cdot 10$

$a \cdot 2 \cdot (3 + b)$

2. Descoperiți semnele de înmulțire omise și citiți expresiile:

a) $10n$;

b) $2 + 3x$;

c) $5a + 8b$;

d) $3abc$;

mn ;

$2a - 6$;

$7(3 + a)$;

$4(2ab - 1)$.

3. Transformați expresiile folosind proprietățile operațiilor aritmetice.

a) $5a + 4a$;

e) $2b + 5b + 9b$;

b) $10x - 6x$;

f) $12x - 3x - x$;

c) $3m + m$;

g) $4z + z - 2z$;

d) $8n - n$;

h) $15a - 3a + a$.

Model: $2x + 3x = (2 + 3) \cdot x = 5x$
 $7a - 4a = (7 - 4) \cdot a = 3a$

4. Un pix costă x lei, iar un penar costă y lei. Explicați ce pot semnifica, în acest context, expresiile:

a) $x + y$;

b) $2x$;

c) $9y - 3x$;

d) $100 - 4x$;

$y - x$;

$5y$;

$100 : x$;

$100 - 2y$;

$y : x$;

$4x + 7y$;

$100 - y$;

$100 - (x + y)$.

5. În curte sunt a băieți. Scrieți printr-o expresie matematică numărul de fete, știind că ele sunt:
- cu 4 mai multe decât băieții;
 - cu 4 mai puține decât băieții;
 - de 4 ori mai multe decât băieții;
 - de 4 ori mai puține decât băieții.

Aplicăm și comentăm

• Dacă efectuăm operațiile dintr-o expresie numerică, obținem un număr, numit **valoarea expresiei**.

• O expresie literală poate fi transformată într-o expresie numerică, substituind literele cu numere.

Valoarea expresiei $2 \cdot 4 + 3$ este 11.

Pentru $a = 3$ și $b = 5$, valoarea expresiei $a + b$ este 8.

• Găsiți valoarea expresiei:

a) $4x$, pentru $x = 12$;

c) $2a + 5$, pentru $a = 25$;

e) $3(a + b)$, pentru $a = 6$, $b = 14$;

g) $n^2 + m^3$, pentru $n = 13$, $m = 3$;

b) $z : 15$, pentru $z = 30\,375$;

d) $10y - y : 10$, pentru $y = 1\,000\,000$;

f) $5x - 6y$, pentru $x = 15$, $y = 11$;

h) $2c(d^2 + 4)$, pentru $c = 25$, $d = 16$.

3.2. Ecuații

Cercelăm și descoperim

• Două expresii numerice cu valori egale formează o **egalitate adevărată**.

$$\underbrace{2 + 8}_{\text{membrul stâng}} = \underbrace{15 - 5}_{\text{membrul drept}}$$

• **Ecuația cu o necunoscută** este o egalitate ce conține necunoscuta respectivă.

$$2 + x = 15 - 5$$

$$15 = 5a$$

$$3m = m + 12$$

• Valoarea necunoscutei pentru care ecuația se transformă într-o egalitate adevărată se numește **soluție a ecuației**.

$$\text{Ecuația } 2x = 6 \text{ are soluția } x = 3, \text{ deoarece } 2 \cdot 3 = 6 \text{ este o egalitate adevărată.}$$

• **A rezolva ecuația** înseamnă a afla soluția ei sau a arăta că ea nu are soluții.

• Stabiliți prin substituție ecuațiile care au soluția 5.

a) $4 + x = 81 : 9$;

b) $5a = 40$;

c) $2(z - 5) = 0$;

d) $4n + 1 = 46$.

Rezolvăm și comentăm

Exemplul 1

$$\begin{array}{c} \text{Ds} \quad \text{Sc} \quad \text{R} \\ 2a - 5 = 63 \end{array}$$

$$2a = 63 + 5$$

$$2a = 68$$

$$a = 68 : 2$$

$$a = 34$$

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 34 - 5 = 63 \quad (\text{A}) \\ 63 = 63 \end{array}$$

Membrul stâng al ecuației este o diferență, deoarece scăderea este ultima operație care se efectuează.

Pentru a afla descăzutul necunoscut ($2a$), adunăm restul 63 cu scăzătorul 5.

Obținem o ecuație simplă al cărei membru stâng este un produs, iar necunoscuta a este un factor.

Verificăm.

• Rezolvați ecuația și comentați:

a) $4z - 6 = 194$;

b) $35 + 5a = 95$;

c) $8b + 26 = 58$;

d) $3(2 + x) = 9$;

e) $(15 - x) : 3 = 5$;

f) $42 : (y + 4) = 6$.

Exemplul 2

$$2x + 5x = 100 - 2 \cdot 15$$

$$7x = 70$$

$$x = 70 : 7$$

$$x = 10$$

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 100 - 2 \cdot 15 \quad (\text{A}) \\ 70 = 70 \end{array}$$

Aducem membrii ecuației la o formă mai simplă.

Membrul stâng este produsul $7x$, iar necunoscuta x reprezintă un factor.

Pentru a afla factorul x , împărțim produsul 70 la factorul cunoscut 7.

Obținem soluția 10.

Verificăm.

• Rezolvați ecuația și comentați:

a) $4z - z = 24 + 5 \cdot 12$;

b) $8y + 7y = 1000 : 8 \cdot 3$;

c) $35 + 16 + a = 200 - 48$;

d) $b - (21 + 2 \cdot 16) = 308 : 4$.

Exemplul 3. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{N}$ ecuația $3x + 1 = 10$.

Rezolvare:

$$\begin{array}{cc} \boxed{3x+1} = \boxed{10} \\ \text{Membrul stâng} & \text{Membrul drept} \end{array}$$

← Membrul stâng este suma $3x + 1$, cu un termen necunoscut.

$$3x = 10 - 1$$

← Pentru a afla termenul necunoscut, scădem din sumă termenul cunoscut.

$$3x = 9$$

← Membrul stâng este $3x$, iar necunoscuta x este un factor.

$$x = 9 : 3$$

← Pentru a afla factorul x , împărțim produsul 9 la factorul cunoscut 3.

$$x = 3 \in \mathbb{N}$$

← Obținem valoarea 3 și determinăm dacă ea aparține mulțimii $\mathbb{N}$ (deoarece ecuația se rezolvă în mulțimea numerelor naturale).

$$\begin{array}{l} 3 \cdot 3 + 1 = 10 \text{ (A)} \\ 10 = 10 \end{array}$$

← Verificăm dacă valoarea obținută transformă ecuația într-o egalitate adevărată.

Răspuns: $S = \{3\}$.

← Scriem răspunsul.



Rețineți!

- ♦ **Ecuația cu o necunoscută** este o egalitate ce conține o necunoscută.
- ♦ Valoarea necunoscutei pentru care ecuația se transformă într-o egalitate adevărată se numește **soluție a ecuației**.
- ♦ **A rezolva ecuația** înseamnă a afla soluția ei sau a arăta că ea nu are soluții.
- ♦ Mulțimea soluțiilor ecuației se notează cu S .
- ♦ Dacă ecuația nu are soluție, atunci $S = \emptyset$.

Ecuația are soluție în $\mathbb{N}$.

Ecuația nu are soluție în $\mathbb{N}$.



Exersăm

1. Rezolvați ecuația $4a - 3 = 18$ în mulțimea $\mathbb{N}$.

Rezolvare:

$$4a - 3 = 18$$

← Membrul stâng al ecuației este o diferență.

$$4a = 18 + 3$$

← Pentru a afla descăzutul, adunăm .

$4a = 21$	← Membrul stâng este un în care necunoscuta a este un factor.
$a = 21 : 4$	← Pentru a afla factorul necunoscut a , împărțim produsul la factorul cunoscut.
$a = 5,25 \notin \mathbb{N}$	← Obținem valoarea 5,25, care nu aparține mulțimii $\mathbb{N}$.
Concluzie	← Ecuația nu are soluții în mulțimea $\mathbb{N}$.
Răspuns: $S = \emptyset$.	← Scriem răspunsul.

2. Rezolvați ecuația $16 : (2z) = 8$ în mulțimea $\mathbb{N}$.

Rezolvare:

$16 : (2z) = 8$	← Membrul stâng reprezintă o împărțire.
$2z = 16 : 8$	← Pentru a afla , împărțim la .
$2z = 2$	← Pentru a afla , împărțim la .
$z = 1 \in \mathbb{N}$	← Obținem valoarea necunoscutei și verificăm dacă aparține mulțimii $\mathbb{N}$.
$16 : (2 \cdot 1) = 8$ (A)	← Verificăm dacă valoarea obținută transformă ecuația într-o egalitate adevărată.
$8 = 8$	
Răspuns: $S =$.	← Scriem răspunsul.

3. Rezolvați ecuația $6x - 18 = 0$ în mulțimea $\mathbb{N}$.

Rezolvare:

$6x - 18 = 0$	← Membrul stâng este o diferență.
$6x = 18 + 0$ sau $6x = 18$	← Pentru a afla descăzutul necunoscut, adunăm cu .
$x = 18 : 6$	← Pentru a afla factorul necunoscut , împărțim la .
$x = 3 \in \mathbb{N}$	← Obținem valoarea 3 și verificăm dacă aparține mulțimii $\mathbb{N}$.
$6 \cdot 3 - 18 = 0$ (A)	← Verificăm dacă soluția obținută transformă ecuația într-o egalitate adevărată.
$0 = 0$	
Răspuns: $S = \{3\}$.	← Scriem răspunsul.

3.3. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor

Rezolvăm și comentăm

- La o stație, dintr-un autobuz au coborât 8 pasageri și au urcat 12. Câți pasageri erau inițial în autobuz, dacă acum sunt 26?

Rezolvare prin ecuație

Notăm cu o literă ceea ce se întreabă în problemă.

Scriem condiția problemei prin expresii matematice.

Formăm și rezolvăm ecuația.

Scriem răspunsul.

Fie x numărul inițial de pasageri.

Numărul pasagerilor după stație se scrie ca

$x - 8 + 12$ și este egal cu 26.

$x - 8 + 12$	=	26
--------------	---	----

$$x = 22$$

Răspuns: 22 de pasageri.

- Ana a cumpărat 4 pixuri, iar Dan – 7 pixuri la același preț. Dan a cheltuit cu 15 lei mai mulți decât Ana. Cât costă un pix?

Rezolvare prin ecuație

Notăm cu o literă ceea ce se întreabă în problemă.

Scriem condiția problemei prin expresii matematice.

Formăm și rezolvăm ecuația.

Scriem răspunsul.

Fie x prețul pixurilor.

Ana a cheltuit $4x$, iar Dan a cheltuit $7x$.

Dan a cheltuit mai mult cu

$7x - 4x$, ceea ce este egal cu 15.

$7x - 4x$	=	15
-----------	---	----

$$x = \square$$

Răspuns: $\square$ lei.

- Într-o clasă sunt 30 de elevi. Câte fete sunt, dacă băieții sunt cu 2 mai puțini decât fetele?

Rezolvare prin ecuație

Notăm cu o literă ceea ce se întreabă în problemă.

Scriem condiția problemei prin expresii matematice.

Formăm și rezolvăm ecuația.

Scriem răspunsul.

Fie x numărul fetelor.

Se spune că băieții sunt cu 2 mai puțini decât fetele. Deci, numărul băieților este $x - 2$.

Numărul total de elevi se scrie ca

$x + x - 2$ și este egal cu 30.

$x + x - 2$	=	30
-------------	---	----

$$x = \square$$

Răspuns: $\square$ fete.

Exersăm

Rezolvați problemele prin ecuații.

a) Câți pasageri erau într-un tren, dacă la o stație au coborât jumătate dintre ei, au urcat 15 și acum sunt 163?

b) Expunerea la soare în amiaza unei zile toride de vară constituie un risc sporit pentru sănătate. Într-o zi, Dan a făcut plajă dimineața, timp de 2 ore și jumătate. Apoi a luat o pauză de 5 ore și s-a reîntors pe plajă pentru o oră și 45 de minute. A plecat seara, la ora 6. La ce oră a venit Dan dimineața pe plajă?



c) 18 ghiozdane la același preț costă în total 1 980 de lei. Cât costă un ghiozdan?

d) Ion a cumpărat 26 de caiete de matematică și 22 de caiete de dictando la același preț. A achitat cumpărătura cu o bancnotă de 100 de lei și a primit rest 4 lei. Cât costă un caiet?



e) Membrii unui club ecologist au meșterit în 2 săptămâni 139 de cantine pentru păsări. Câte cantine au confecționat în prima săptămână, dacă în a doua au făcut cu 33 mai multe?

f) Două echipe de handbaliști au marcat în total 48 de goluri. Aflați scorul final al meciului, dacă echipa a doua a marcat de 3 ori mai puține goluri decât prima.

Exerciții și probleme



1. Fie expresiile matematice: $2x$; $35 - z$; 0 ; $5a - b$; $7^3 \cdot 2 + 3$; $5^3 + y$; $3(5 + 2 \cdot 4)$; $8ab$; $5(12 + 3z)$; x^2z ; $18 - 3 \cdot 5$.

Selectați oral dintre acestea:

a) expresiile numerice;

b) expresiile literale.

2. Aflați valoarea expresiei:

a) $2(x - 4)$, pentru $x = 5$;

b) $3 : z$, pentru $z = 6$;

c) $3x + 1$, pentru $x = 0,5$;

d) $4x$, pentru $x = \frac{1}{2}$;

e) $5(a + b)$, pentru $a = 2$, $b = 1,2$;

f) $7a + b$, pentru $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{4}$.

3. Găsiți, prin substituție, ecuațiile care au soluția: 1) 4; 2) 10.

a) $3 + x = 28 : 4$;

b) $5(x + 2) = 32$;

c) $2a - 3 = 17$;

d) $120 : z = 12$;

e) $8y + 6 = 42 - 4$;

f) $20 + 3t = 100 : 2$.

4. Formați ecuații conform tabelelor, apoi rezolvați-le.

a)

Termen	384	?
Termen	?	192
Sumă	500	410

b)

Factor	Factor	Produs
48	?	720
?	12	2 472

c)

Descăzut	1 340	?
Scăzător	?	2 106
Diferență	134	904

d)

Deîmpărțit	Împărțitor	Cât	Rest
384	?	16	0
129	7	?	3

5. Asociați fiecare ecuație cu soluția ei:

$x + 5 = 8$

$12x = 60$

$3y - 12 = 0$

$a - 10 = 2$

$120 : z = 40$

4

5

3

12

10

6. Rezolvați ecuația în mulțimea $\mathbb{N}$, efectuând și verificarea:

a) $x + 18 = 24$;

b) $a + 35 = 20$;

c) $8z = 160$;

d) $5y = 18$;

e) $x : 12 = 96$;

f) $t : 6 = 100$;

g) $9x - 1 = 0$;

h) $4x - 20 = 0$.

7. Într-un sac sunt x kg de zahăr. Explicați ce pot semnifica, în acest context, expresiile:

a) $x - 5$, $x + 5$;

b) $10x$, $x : 10$;

c) $100 : x$, $100 - x$.

8. Un strungar confectionează a piese pe oră, iar altul face b piese pe oră. Aflați câte piese confectionează împreună în 8 ore, dacă $a = 35$ și $b = 32$.

9. La un depozit erau x tone de cereale. Într-o zi au fost expediate din depozit y camioane încărcate cu câte 3 t de cereale. Aflați câte tone de cereale au rămas la depozit, dacă $x = 28$ și $y = 4$.

10. Rezolvați problemele prin ecuații.

a) Mihai a cumpărat 4 carioci, iar Corina a cumpărat 6 carioci la același preț. Copiii au achitat cumpărătura cu o bancnotă de 50 de lei și au primit rest 10 lei. Cât costă o cariocă?

b) Dana a rezolvat 17 integrale dintr-o revistă. Câte integrale nerezolvate au rămas, dacă revista are 12 pagini, iar pe fiecare pagină sunt câte 2 integrale?

c) Însuflețit de sfatul cumetrei Vulpe, Ursul își făcu imediat planul: „Voi sta cu coada în apă până voi prinde atâta pește încât să-mi ajungă și să-mi rămână. Voi vinde în piață un sfert din peștele prins și voi săra 18 pești – cât jumătate din peștele vândut”. Aflați câți pești a planificat să prindă Ursul.





11. Aduceți fiecare expresie la o formă mai simplă, apoi aflați valoarea acesteia:

- a) $4x + 26x - 7x + 2x$, pentru $x = 14$;
- b) $41a - 8a - 13a + 13a$, pentru $a = 101$;
- c) $19x + 24x - 16 + x$, pentru $x = 11$;
- d) $22 - 5x - x - 4$, pentru $x = 0$;
- e) $3a \cdot 2b$, pentru $a = 5$ și $b = 10$;
- f) $12x \cdot 4y \cdot 3$, pentru $x = 2$ și $y = 3$.

12. Sunt a borcane și b litri de suc. Explicați ce semnificație au, în acest context, expresiile:

- a) $b : a$;
- b) $b : a - 1$.

13. Scrieți o ecuație conform fiecărui lanț, apoi rezolvați-o:

a) $\boxed{a} \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{} \xrightarrow{+3} \boxed{30}$

b) $\boxed{b} \xrightarrow{+3} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{30}$

c) $\boxed{c} \xrightarrow{-3} \boxed{} \xrightarrow{:3} \boxed{} \xrightarrow{+3} \boxed{30}$

14. Reproduceți și completați tabelul:

x	8	0	3^3	$\frac{1}{2}$	10	3,5	1	$\frac{3}{4}$
$3(4x - 1)$	93							
$16x^2 + 10$								



15. La o fabrică de bomboane erau x cutii și y bomboane. În fiecare cutie încap cel mult 20 de bomboane. Explicați ce semnifică, în acest context, expresiile:

- a) $20x$;
- b) $y : x$.

16. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{N}$ ecuațiile:

- a) $9x + 28 = 2755$;
- c) $3(x + 7) = 75$;
- e) $111 + 2x + 29 = 10^3$;
- $510 + 14x = 762$;
- $14(12 - x) = 70$;
- $5x + 52 - 31 = 30^2 - 19$;
- b) $5y - 97 = 943$;
- d) $(82 + y) : 6 = 17$;
- f) $5(y - 2) + 3 = 38$;
- $410 - 7y = 151$;
- $(y - 33) : 9 = 305$;
- $9 + 2(14 - y) = 15$.

17. Rezolvați problemele prin ecuații:

- a) Vârsta mamei este cu 3 ani mai mare decât triplul vârstei lui Vlad. Câți ani are băiatul, dacă mama sa are 36 de ani?
- b) Ana a cumpărat 6 pixuri cu mină neagră și 8 pixuri cu mină albastră, la același preț. Aflați prețul pixurilor, dacă fata a achitat cumpărătura cu o bancnotă de 100 de lei și a primit rest 16 lei.
- c) Suma unui număr, a succesorului și a predecesorului său este 147. Care este acel număr?

18. Formați ecuații cu datele din tabel, apoi rezolvați-le în mulțimea $\mathbb{N}$:

a)

Termen	215	?	24,06
Termen	?	2 011	6,84
Sumă	729	3 405	?

b)

Descăzut	688	?	144,28
Scăzător	?	2 012	68,28
Diferență	12	20	?

c)

Factor	14	?	42,5
Factor	?	41	14
Produs	350	451	?

d)

Deîmpărțit	688	?	68,4
Împărțitor	?	15	10
Cât	43	420	?

19. LUCRĂM ÎN PERECHE!



Scrieți o ecuație conform fiecărui lanț, apoi rezolvați-o în mulțimea $\mathbb{N}$:

a) $x \xrightarrow{\cdot 6} \square \xrightarrow{-2} 124$

b) $t \xrightarrow{+5} \square \xrightarrow{\cdot 2^2} 100$

c) $z \xrightarrow{-10} \square \xrightarrow{:2} 55$

d) $a \xrightarrow{:2^3} \square \xrightarrow{\cdot 10} 160$

20. Sergiu are 7 ani. Verișorul său, Maxim, are 1 an. Câți ani va avea Sergiu atunci când el va fi de două ori mai mare decât Maxim?



21. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{N}$ ecuația:

a) $3(1 - 2x) + 2^3 = 32$;

b) $(2^2 \cdot 15) : (3y + 2) = 12$;

c) $3^3 \cdot 2^3 - 3x = 12$;

d) $4^{16} : 4^{12} - 5x = 1$.

22. Rezolvați problema prin ecuație:



a) Un salon auto a vândut într-un an 68 de automobile BMW și Ford. Automobile de marca BMW au fost vândute cu 12 mai multe decât cele de marca Ford. Câte automobile de marca BMW s-au vândut?

b) Mihai are în biblioteca personală cărți în limba română și cărți în limba franceză, în total 124 de cărți. În limba română sunt de 3 ori mai multe decât în franceză. Câte cărți în limba română sunt în biblioteca personală a lui Mihai?

c) Câți pasageri erau în tren, dacă la o stație au coborât jumătate dintre ei, au urcat 28 și acum sunt 124 de pasageri?

- 23.** Rezolvați problemele prin ecuații:
- a) Într-o livadă cresc meri și peri, în total 49 de pomi. Meri sunt cu 5 mai mulți decât peri. Câți meri sunt în livadă?
 - b) Pe imasă pasc oi și capre, în total 52 de capete. Oi sunt de 3 ori mai multe decât capre. Câte capre sunt?
 - c) O cravată este de 3 ori mai ieftină decât o cămașă, iar cămașa este cu 160 de lei mai scumpă decât cravata. Cât costă cravata?
 - d) O găină, o rață și o gâscă au în total 45 de pui. Rața are cu 5 pui mai mulți decât gâsca, iar găina are de 2 ori mai mulți pui decât gâsca. Câți pui are gâsca?

24. LUCRĂM ÎN GRUP!  Proiect *Numere naturale în viața mea*. Clasa se împarte în grupuri a câte 6–8 elevi. Fiecare grup prezintă postere cu exemple de aplicare a numerelor naturale:

- a) în familie;
- b) la școală;
- c) la o zi de naștere;
- d) în excursie.

25. Se consideră cinci numere naturale consecutive. Știind că numărul din mijloc este cel mai mare număr par de trei cifre, aflați suma celor cinci numere.

26. Aflați succesorul numărului a , dacă:

- a) $a = 121 : 11 + 5 \cdot (625 : 25 - 10) + 3^3 + 2^2$;
- b) $a = 3 \cdot (400 : 40 - 10) + 4^2 \cdot 5^2 - 100$.

27. Aflați predecesorul numărului a , dacă:

- a) $a = 4 \cdot \{60 : 30 + 4 \cdot [100 - 3 \cdot (70 : 7 + 14)]\} - 10$;
- b) $a = 25 + 25 \cdot (100 : 4 + 10) - 2 \cdot [70 - (100 - 50)]$.

28. Un album costă x lei. Ce semnifică expresiile:

- a) $x + 20$;
- b) $x - 20$;
- c) $20x$;
- d) $200 : x$;
- e) $2x + 5$?

29. Pe un câmp pășteau 100 de oi și capre.

Dacă mai vin la păscut capre de trei ori mai multe decât erau și pleacă 10 oi, atunci pe câmp vor fi tot atâtea oi câte și capre. Câte oi și câte capre erau la început?



30. Un cozonac costă cât cinci pâini, iar un cozonac și trei pâini costă 48 de lei. Cât costă o pâine? Dar un cozonac?

31. Aflați trei numere naturale consecutive, dacă suma lor este 336.

32. Într-un coș sunt 52 de fructe. Portocale sunt de două ori mai multe decât mandarinele, iar kiwi – cu 2 mai multe decât portocalele. Câte fructe de fiecare fel sunt?



33. Maxim și Sergiu au împreună 81 de lei. Dacă Sergiu ar mai obține 14 lei, ar avea de 4 ori mai mulți lei decât Maxim. Câți lei are fiecare băiat?
34. Pentru a repara un apartament s-a folosit: ciment, de 2 ori mai mult nisip, și var – cu 10 kg mai puține decât ciment, adică 150 kg. Cât ciment, nisip și var s-a folosit?

35. Scrieți fiecare întrebare printr-o ecuație, apoi rezolvați ecuația obținută.
- a) Dublul cărui număr este egal cu jumătatea numărului 148?
 - b) La mărirea cărui număr cu 3 se obține triplul numărului 80?
 - c) Din care număr trebuie scăzut 17 pentru a obține predecesorul numărului 59?
 - d) De câte ori trebuie micșorat numărul 1000 pentru a obține numărul cu 10 mai mic decât 50?

36. Creați probleme care să se rezolve prin ecuațiile date, considerând că x este prețul unei crizanteme, iar crizantemele pot fi galbene, albe sau roz.

a) $3x = 50 - 11$;

b) $2x + 5x = 63$;

c) $9x - 3x = 54$;

d) $135 : x = 11 + 4$.



37. Completați cu un număr zecimal astfel încât ecuația obținută:

a) $6 \cdot \blacksquare - 3x = 210$ să aibă soluția 5;

b) $4 \cdot (1 + \blacksquare x) = x$ să aibă soluția 8.

38. Creați un exercițiu astfel încât rezolvarea lui să solicite efectuarea succesivă a operațiilor:

a) înmulțire, adunare, împărțire, ridicare la putere;

b) adunare, împărțire, scădere, ridicare la putere.



Să recapitulăm

1. Care numere se numesc naturale?
2. Ce operații cu numere naturale ați studiat?
3. Care sunt proprietățile adunării?
4. Care sunt proprietățile înmulțirii?
5. Ce este puterea unui număr natural cu exponent natural?
6. Care sunt proprietățile puterii?
7. Ce reguli ne ajută să efectuăm calcule cu puteri?
8. Ce este divizorul unui număr? Dar multiplul?
9. Care divizori se numesc proprii și care – divizori improprii?
10. Există oare un divizor al unui număr egal cu un multiplu al acestui număr?
11. În ce caz un număr este divizibil cu 2? Dar cu 3? Cu 5? Cu 9? Cu 10?
12. Care numere sunt prime? Care numere sunt compuse?
13. Există oare numere prime pare?
14. Ce este divizorul comun a două numere? Dar multiplul comun al acestor numere?
15. Cum se calculează cel mai mare divizor comun a două numere? Dar cel mai mic multiplu comun?
16. Ce este o ecuație cu o necunoscută?
17. Ce reprezintă soluția ecuației?
18. Ce înseamnă a rezolva o ecuație în mulțimea $\mathbb{N}$?
19. Scrieți o ecuație care nu are soluții în mulțimea $\mathbb{N}$.
20. Scrieți și rezolvați câte o ecuație pentru fiecare dintre tipurile de ecuații studiate.
21. Compuneți probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor cu o necunoscută folosind date din viața cotidiană.



Test sumativ

Timp efectiv de lucru:
45 de minute

Varianta I

1. Fie mulțimea

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 60 < x < 70 \text{ și } x : 3\}.$$

a) *Adevărat* sau *Fals*?

„Un număr natural este divizibil cu 3 dacă și numai dacă ultima sa cifră se divide cu 3.”

b) Reprezentați mulțimea A prin enumerarea elementelor.

c) Selectați un număr par și unul impar dintre elementele mulțimii A și aflați c.m.m.d.c. al acestora.

2. Max și bunicul au cules împreună 100 kg de prune. Prunele au fost repartizate câte 12 kg în fiecare dintre lăzile pe care le avea bunicul și au mai rămas 16 kg.

a) Completați caseta cu un număr natural:

$$\square^4 = 16.$$

b) Aflați câte lăzi avea bunicul.

c) Calculați câți bani a încasat bunicul după ce a vândut toate lăzile cu prune la un preț de 8 lei/kg.

3. Rezolvați în $\mathbb{N}$ ecuația:

$$9x - 2^2 \cdot 6^2 = 315.$$

Varianta II

1. Fie mulțimea

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 80 < x < 100 \text{ și } x : 9\}.$$

a) *Adevărat* sau *Fals*?

„Un număr natural este divizibil cu 9 dacă și numai dacă ultima sa cifră se divide cu 9.”

b) Reprezentați mulțimea B prin enumerarea elementelor.

c) Selectați un număr par și unul impar dintre elementele mulțimii B și aflați c.m.m.m.c. al acestora.

2. Dana și bunica au cules împreună 106 kg de castraveți. Castraveții au fost repartizați câte 14 kg în fiecare dintre lăzile pe care le avea bunica și au mai rămas 8 kg.

a) Completați caseta cu un număr natural:

$$\square^3 = 8.$$

b) Aflați câte lăzi avea bunica.

c) Calculați câți bani a încasat bunica după ce a vândut toate lăzile cu castraveți la un preț de 7 lei/kg.

3. Rezolvați în $\mathbb{N}$ ecuația:

$$2^4 \cdot 3^4 - 5x = 21.$$

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	27–26	25–24	23–21	20–17	16–12	11–8	7–6	5–4	3–2	1–0

NUMERE ÎNTREGI

- 
- §1. Mulțimea numerelor întregi
 - §2. Compararea și ordonarea numerelor întregi
 - §3. Adunarea numerelor întregi
 - §4. Scăderea numerelor întregi
 - §5. Înmulțirea numerelor întregi
 - §6. Împărțirea numerelor întregi
 - §7. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Ordinea efectuării operațiilor
 - §8. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea $\mathbb{Z}$

1

2

3

4

5



§1 Mulțimea numerelor întregi

1.1. Numere întregi

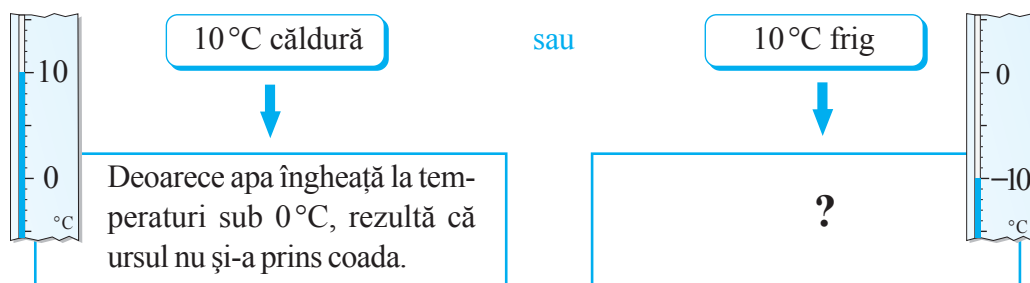
Cercelăm și descoperim

1 ... Și ursul și-a băgat coada în iaz, dorind să prindă și el o grămadă de pește. Toată noaptea a stat cu coada în iaz, visând marele ospăț. Spre dimineață, temperatura a atins 10°C .

Și-a prins oare ursul coada în iaz?

Rezolvare:

Pentru a răspunde la această întrebare, trebuie să știm ce indică termometrul:



Despre temperatura 10°C căldură se mai spune 10°C mai sus de zero sau plus 10°C și se scrie $+10^{\circ}\text{C}$.

Această temperatură este **pozitivă**.

Despre temperatura 10°C frig se mai spune 10°C mai jos de zero sau minus 10°C și se scrie -10°C .

Această temperatură este **negativă**.

2 Determinați cu ce cuvânt trebuie substituită caseta pentru a obține o propoziție adevărată:



Iarna, de regulă, temperatura aerului în Moldova este .

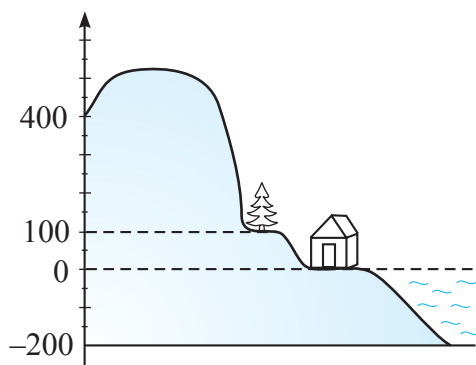


Vara, de regulă, temperatura aerului în Moldova este .

Observăm

Numerele pozitive și negative se folosesc și în geografie, pentru notarea pozițiilor obiectelor față de nivelul mării.

În operații bancare, de regulă, veniturile se notează cu numere pozitive, iar cheltuielile – cu numere negative.



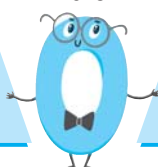
Dacă numărul întreg este precedat de semnul „-”, spunem că acest număr întreg este **negativ**.

Dacă numărul întreg este precedat de semnul „+”, spunem că acest număr întreg este **pozitiv**.

Numerele întregi negative:

..., -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1

Zero



Nici negativ,
nici pozitiv

Numerele întregi pozitive (numerele naturale nenule): +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, ...

Semnul „+” din fața numărului pozitiv poate fi omis.

Rețineți!

Numerele întregi negative, 0 și numerele întregi pozitive formează **mulțimea numerelor întregi**. Mulțimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$.

Mulțimea $\mathbb{Z}^*$ se numește **mulțimea numerelor întregi nenule**.

DIN ISTORIE...

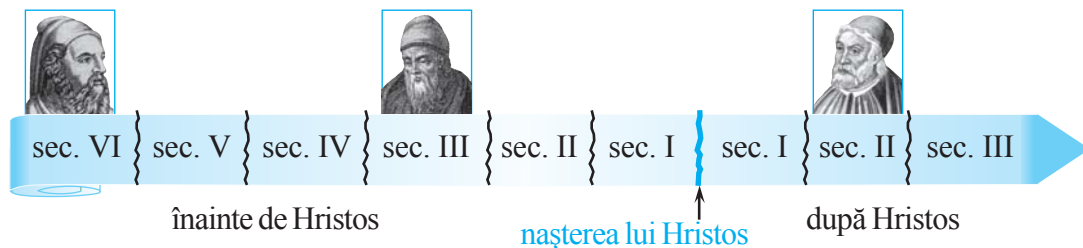
Timp îndelungat, numerele negative nu erau acceptate în calcule. Despre ele se spunea că sunt numere „false” sau numere „mai mici decât nimic (zero)”. Primii care asociau numerele pozitive cu averea, iar pe cele negative cu datoriile au fost hindușii. Chinezii utilizau anumite culori pentru scrierea numerelor: **roșu** – pentru numerele pozitive, **negru** – pentru cele negative.

În Europa, numerele negative au fost acceptate abia în secolul XVIII. Acum, numerele negative fac parte din universul nostru cotidian.

1.2. Axa numerelor. Numerele opuse

Cercetăm și descoperim

1 Dana a citit într-o carte despre matematicienii antici că Ptolemeu a trăit în secolul al II-lea, Pitagora – în secolul al VI-lea înainte de Hristos, iar Euclid – în secolul al III-lea înainte de Hristos. Ea a dorit să afle cine dintre ei a trăit mai înainte, de aceea a plasat secolele menționate pe axa cronologică (banda timpului).

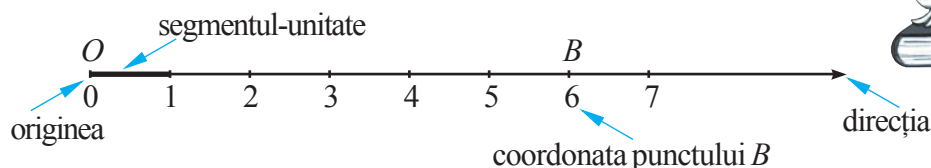


Răspuns: .

Observăm

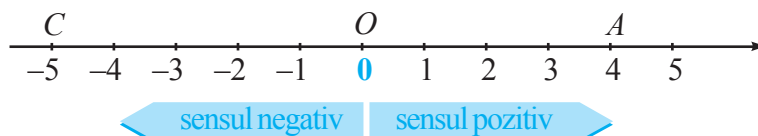
Pe axa cronologică este fixată originea (nașterea lui Hristos), direcția și segmentul-unitate (un secol).

În clasa a V-a, am construit următoarea axă a numerelor:



Completăm axa numerelor reprezentând la stânga punctului O numerele -1 , -2 , -3 , ...

Axa numerelor



Rețineți!

Dreapta pe care sunt indicate originea, direcția (sensul pozitiv) și segmentul-unitate se numește **axa numerelor**.

2 LUCRARE PRACTICĂ



① Construiți pe caiet axa numerelor.

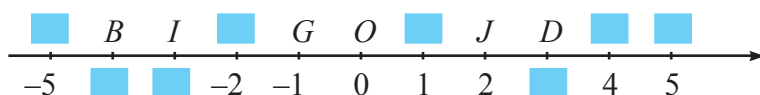
② Notați pe ea punctele:

$A(-2)$, $B(-4)$, $C(1)$, $D(3)$, $E(4)$, $F(-5)$, $G(-1)$, $H(5)$, $I(-3)$, $J(2)$.

③ Numiți perechile de puncte egal depărtate de originea axei.

Care este deosebirea dintre coordonatele punctelor fiecărei perechi?

Rezolvare:



Puncte egal depărtate față de originea axei: $F(-5)$ și $H(5)$, $B(-4)$ și $J(2)$,

$I(-3)$ și $D(3)$, $G(-1)$ și $C(1)$.

Coordonatele fiecărei perechi se deosebesc prin semn.

Numerele 1 și -1 se numesc **opuse**.

Numere opuse sunt: -5 și 5 ; -4 și 4 ; -3 și 3 ; -1 și 1 .



Rețineți!

- ◆ Pentru orice număr întreg nenul a , numerele a și $-a$ se numesc **opuse**. Numerele opuse diferă numai prin semn.
Opusul numărului a este $-a$, iar opusul numărului $-a$ este a .
Opusul numărului 0 este 0 .
- ◆ Mulțimea numerelor întregi este formată din zero, mulțimea numerelor naturale nenule și numerele opuse lor.

Exemple:

Dacă $a = 2$, atunci $-a = -2$.

Dacă $a = -5$, atunci $-a = -(-5) = 5$.

Aplicăm

③ Utilizând rezultatele lucrării practice, stabiliți care număr este opusul numărului:

11 , 17 , -12 , -23 , $1\ 411$, -695 .

1.3. Modulul unui număr întreg

1 LUCRARE PRACTICĂ



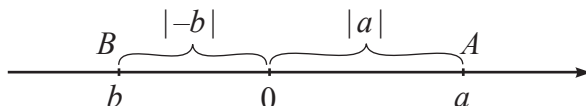
- ① Desenați axa numerelor.
- ② Notăți pe ea punctele $A(-4)$, $B(3)$, $C(-5)$, $D(5)$.
- ③ Calculați distanțele OA , OB , OC și OD , unde O este originea axei.
- ④ Reproduceți pe caiet și completați după model.

Punctul	Coordonata	Segmentul	Lungimea segmentului (Distanța până la punctul O)
A	-4	OA	4
B			
C			
D			



Rețineți!

Distanța de la originea O până la punctul $A(a)$, $a \in \mathbb{Z}$, se numește **modulul** sau **valoarea absolută** a numărului a și se notează $|a|$.



Aplicăm

2 Utilizând rezultatele lucrării practice, calculați oral:

$$|-4| = 4$$

$$|5| = \square$$

$$|-21| = \square$$

$$|3| = \square$$

$$|-8| = 8$$

$$|2005| = \square$$

$$|-5| = \square$$

$$|17| = 17$$

$$|0| = \square$$

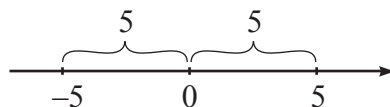
3 Fie numerele întregi opuse: a) -5 și 5 ; b) -80 și 80 ; c) 18 și -18 .
Aflați modulele acestor numere. Ce observați?

Rezolvare:

a) $|-5| = 5$, iar $|5| = 5$. Deci, $|-5| = |5|$.

b) $|-80| = \square$, iar $|80| = \square$. Deci, $\square$.

c) $|18| = \square$, iar $|-18| = \square$. Deci, $\square$.



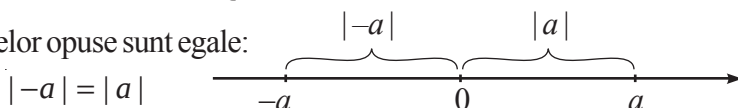


Rețineți!

♦ Valoarea absolută sau modulul oricărui număr întreg este un număr nenegativ.

♦ Pentru orice număr întreg a : $|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a > 0 \\ 0, & \text{dacă } a = 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases}$

♦ Modulele numerelor opuse sunt egale:



Exerciții și probleme

1. Citiți numerele întregi:

-3 000, -100, -24, -12, -2, 0, 12, 78, 2 005, 30 007.

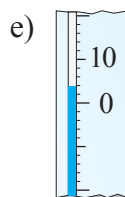
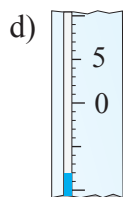
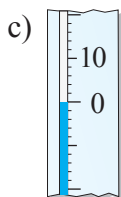
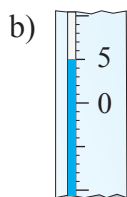
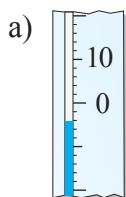
2. Scrieți cu cifre numerele întregi:

„minus nouăzeci și nouă”, „plus cincisprezece”, „minus două mii cincizeci”, „minus șapte milioane”, „plus douăzeci de miliarde”.

3. Determinați care dintre numerele -11, 28, -33, 0, 69, -101, 202, -205, 44, -78, 27, 303, 0, 1 012, -600, 99 sunt:

a) negative; b) pozitive; c) nenegative; d) nepozitive.

4. Citiți temperatura indicată de fiecare termometru:



5. Scrieți utilizând semnele „+” și „-”:

a) notificări ale serviciului meteorologic:

1) 5 grade de căldură; 2) 3 grade de frig;

b) modificări ale nivelului apei în râul Prut:

1) a scăzut cu 5 cm; 2) a crescut cu 12 cm;

c) profit și datorie:

1) profitul este de 20 000 de lei; 2) datoria este de 750 de lei.

6. Andrei și-a cheltuit toți banii din contul de telefonie mobilă.

Operatorul i-a acordat un împrumut de 20 de lei. Câți bani vor fi în cont după ce Andrei va cheltui împrumutul?



7. Determinați oral: *Adevărat* sau *Fals*?



- | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| a) $-5 \notin \mathbb{Z}$; | b) $17 \notin \mathbb{Z}$; |
| c) $28 \in \mathbb{N}$; | d) $4\frac{1}{3} \in \mathbb{Z}^*$; |
| e) $0 \in \mathbb{Z}^*$; | f) $-1 \notin \mathbb{N}$. |

8. **Lucrăm în perechi!**

Construiți pe caiet o dreaptă verticală și fixați pe ea punctul O .

Notați pe această dreaptă punctele A, B, C, D astfel încât:

- punctul A să fie situat cu 8 pătrățele mai sus de punctul O ;
- punctul D să fie situat cu 5 pătrățele mai jos de punctul O ;
- punctul C să fie situat cu 6 pătrățele mai jos de punctul A ;
- punctul D să fie situat cu 4 pătrățele mai sus de punctul B .

9. Cercetați acasă termometrul pentru măsurarea temperaturii corpului uman.

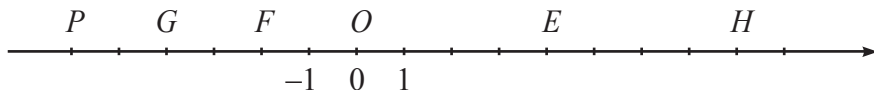
Ce temperaturi arată el: pozitive sau negative? Argumentați.

10. Desenați scala termometrului și notați pe ea temperatura:

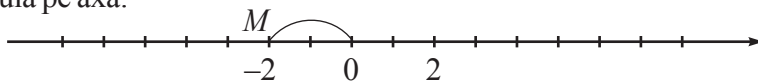
- a) -5°C ; b) $+6^\circ\text{C}$; c) -4°C ; d) $+2^\circ\text{C}$; e) -1°C .

11. a) Reprezentați pe axă numerele întregi $-6, 7, 8, -8, 9, -10$.

b) Observați axa și determinați coordonatele punctelor E, F, G, H, P .



12. Determinați coordonatele punctelor în care va fi situat punctul $M(-2)$ la deplasarea acestuia pe axă:



- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| a) cu 2 unități la stânga; | b) cu 2 unități la dreapta; |
| c) cu 5 unități la stânga; | d) cu 5 unități la dreapta; |
| e) cu 9 unități la dreapta; | f) cu 10 unități la stânga. |

13. Scrieți numerele întregi care sunt reprezentate pe axa numerelor prin puncte aflate față de origine la o distanță de:

- a) 11 unități; b) 65 de unități; c) 78 de unități; d) 100 de unități.

14. Reprezentați pe axă punctele $A(-7), B(-9), C(10), D(6)$.

15. **Lucrăm în perechi!**

Scrieți trei numere întregi reprezentate pe axă:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| a) la dreapta numărului 15; | b) la stânga numărului -13 ; |
| c) la dreapta numărului -18 ; | d) la stânga numărului -5 ; |
| e) între numerele -3 și 5; | f) între numerele -1 și 8. |

16. Scrieți opusele numerelor întregi:

- a) -65 , 18 , -22 , -30 , 11 , 100 , -2011 , 0 ;
b) 100 , -81 , -36 , 48 , -99 , 0 , 33 , -2012 .

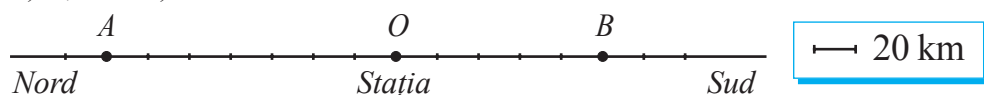
17. Determinați oral: *Adevărat* sau *Fals*?



- a) Opusul numărului 17 este numărul -17 .
b) Opusul numărului -5 este numărul -5 .
c) Opusul numărului 8 este numărul -3 .
d) Opusul numărului -25 este numărul 25 .

18. La ce distanță de stația O se află automobilul, dacă el a ajuns în punctul:

- a) A ; b) B ?



19. Reproduceți și completați tabelul:

a	5	-8		72	0		
$-a$			-3			-23	7



20. Aflați distanța de la origine până la punctul:

- a) $A(20)$; b) $B(-8)$; c) $C(-123)$; d) $D(129)$;
e) $O(0)$; f) $F(-79)$; g) $G(2023)$; h) $H(-411)$.

21. Aflați oral valoarea absolută a numărului:

- a) 19 ; b) -33 ; c) -87 ; d) 104 ;
e) $-1\,222$; f) 69 ; g) -215 ; h) -98 .

22. Completați:

- a) dacă $a \in \{-11, -9, -5, 6, 29, 388\}$, atunci $|a| \in \{\text{ }\}$;
b) dacă $a \in \{33, -9, -55, 44, -66, 77, -88\}$, atunci $|a| \in \{\text{ }\}$.

23. Indicați pe axă punctele care au modulul egal cu:

- a) 6 ; b) 7 ; c) 0 ; d) 8 ; e) 5 .



24. Biciclistul a început călătoria de la pylonul de marcaj rutier ce indică 68 km. El se deplasa cu viteza de 15 km/h. Lângă ce pylon de marcaj rutier se poate afla biciclistul peste 2 ore? Câte soluții are problema?



25. Scrieți elementele mulțimii:

- a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 < x < 5\}$; b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 7\}$;
c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 8\}$; d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x \leq 6\}$.

26. **LUCRĂM ÎN PERECHE!**  Dați exemple de situații din viața cotidiană în care apar numere pozitive și numere negative.

27. Scrieți numerele întregi situate pe axă între numerele:

- a) 10,5 și 29,1; b) -5 și 12,4;
c) -35 și -21; d) 11,2 și 31,8;
e) -8 și 10,04; f) -46 și -31.

28. Scrieți toate numerele naturale mai mici decât 9 și opusele acestora.

29. În ce sens și cu câte unități trebuie deplasat un obiect din punctul:

- a) $A(-5)$ până în punctul $B(3)$;
b) $C(6)$ până în punctul $D(-2)$?

30. Un obiect a fost deplasat din punctul A în sensul negativ cu 4 unități și acum el se află în punctul $B(-2)$. Aflați coordonata punctului A .

31. Un obiect a fost deplasat din punctul C în sensul pozitiv cu 7 unități și acum el se află în punctul $D(3)$. Aflați coordonata punctului C .

32. Completați:

- a) dacă $m \in \{0, -2, 5, -10\}$, atunci $-m \in \{ \quad \}$;
b) dacă $k \in \{-3, 2, -7, 11\}$, atunci $-k \in \{ \quad \}$;
c) dacă $a \in \{-9, 3, -1, 8\}$, atunci $-(-a) \in \{ \quad \}$.

33. Completați oral cu un număr astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

- a) $-(-35) = \quad$; b) $17 = \quad$;
c) $-(-201) = \quad$; d) $126 = \quad$.

34. Aflați valorile numărului a , dacă:

- a) $|a| = 15$; b) $|a| = 123$; c) $|a| = 0$;
d) $|a| = 63$; e) $|a| = 2\,012$; f) $|a| = 2\,020$.

35. Aflați:

- a) numărul pozitiv care are modulul:
1) 48; 2) 55; 3) 101; 4) 465;
b) numărul negativ care are modulul:
1) 35; 2) 511; 3) 696; 4) 1 001.

36. LUCRĂM ÎN PERECHI!



Completați cu unul dintre semnele „<”, „=”, sau „>”.

a) $|-7|$  $|8|$;

c) $|-11|$  10 ;

e) $|-102|$  $|-98|$;



b) $|25|$  $|-13|$;

d) $|-66|$  $|66|$;

f) $|15|$  $|-35|$.

37. Calculați:

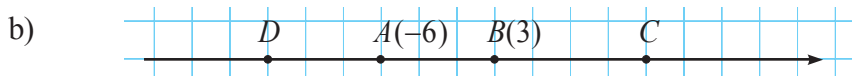
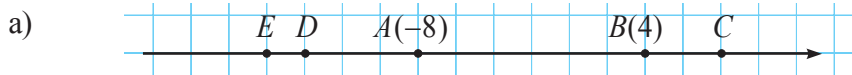
a) $|-18| + |17| - |-30| \cdot 0$;

b) $|28| - |-14| + |-55| \cdot 0$;

c) $|68| : |-2| + |29| - |-15|$;

d) $|-102| : |-3| + |91| - |-69|$.

38. Reproduceți desenul și notați originea axei. Ce coordonate au punctele C, D, E ?



39. Aflați numărul a , dacă:

a) $-(-a) = 12$;

b) $-a = -17$;

c) $a = -\{-[-(-25)]\}$.

40. Reprezentați pe axă numerele întregi x astfel încât:

a) $|x| \leq 5$;

b) $|x| \leq 6$;

c) $|x| < 7$;

d) $|x| < 8$.

41. Scrieți trei valori întregi ale lui x care să satisfacă condițiile:

a) $x < 0$ și $|x| < 7$;

b) $x > 0$ și $|x| \leq 5$.

42. Scrieți elementele mulțimii:

a) $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| < 3\}$;

b) $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 1\}$;

c) $C = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| < 2\}$;

d) $D = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 4\}$.

43. Aflați $|x|$, dacă distanța dintre punctele $B(x)$ și $C(-x)$ este egală cu 8 unități de măsură.

44. Adevărat sau Fals?



1) Dacă $a < 0$, atunci $|a| = a$.

2) Dacă $|a| = -a$, atunci $a = 0$.

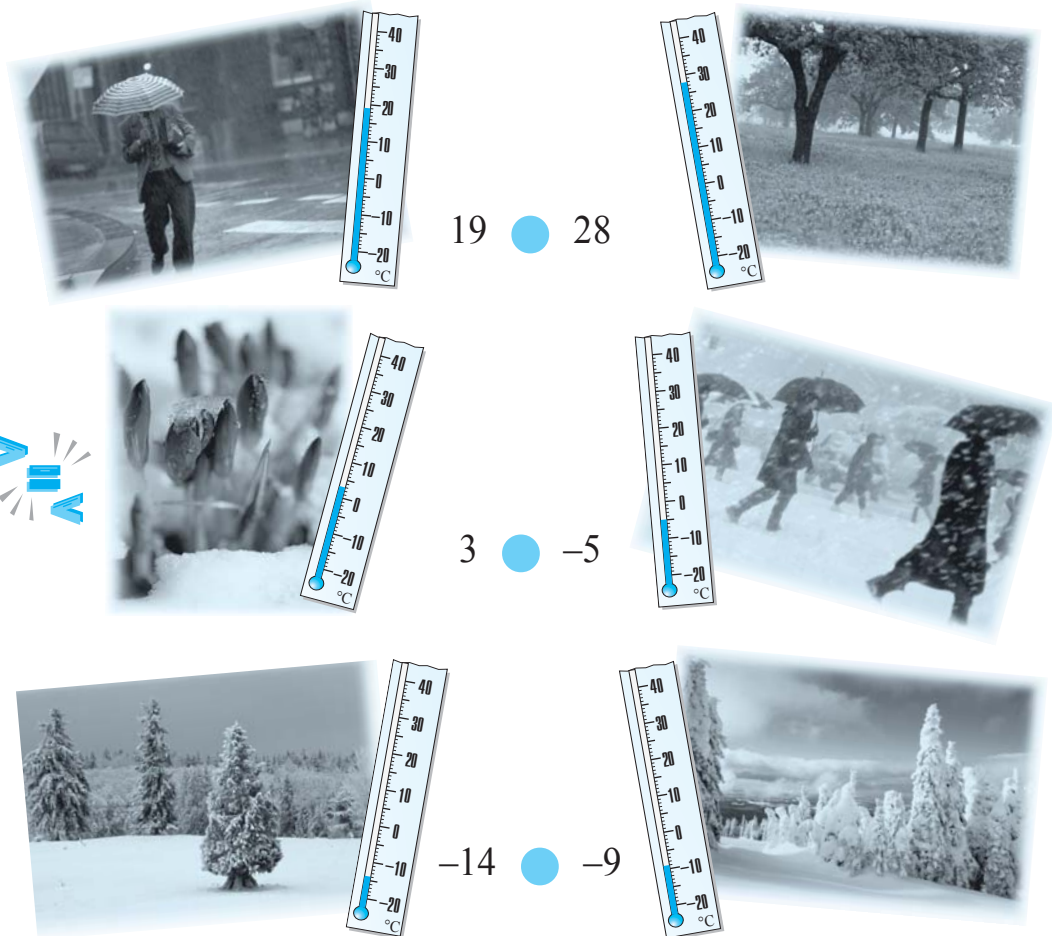
3) Dacă $a = b$, atunci $|a| = |b|$.

4) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$.

§2 Compararea și ordonarea numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

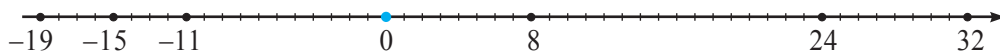
1 Observați imaginile și determinați semnul de comparație potrivit:



2 Comparați numerele întregi: a) 32 și 24; b) 8 și -15; c) -19 și -11.

Rezolvare:

Reprezentăm numerele din enunț pe axa numerelor:



a) Numărul 32 se află pe axă la dreapta numărului 24. Deci, 32 • 24.

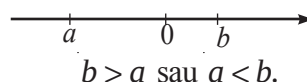
b) Numărul 8 se află pe axă la dreapta numărului -13. Deci, 8 • -13.

c) Numărul -19 se află pe axă la [] numărului -11. Deci, -19 • -11.



Rețineți!

- ◆ Dintre două numere reprezentate pe axa numerelor, mai mare este cel care se află la dreapta celuilalt.



- ◆ Orice număr întreg negativ este mai mic decât orice număr întreg pozitiv.
- ◆ Numărul 0 este mai mic decât orice număr întreg pozitiv:
 $0 < 1 < 2 < 3 < 4 < \dots$
- ◆ Numărul 0 este mai mare decât orice număr întreg negativ:
 $\dots -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0.$

3 Comparați:

- a) $17 \bullet 15$, $|17| \bullet |15|$;
 b) $100 \bullet 200$, $|100| \bullet |200|$;
 c) $-7 \bullet -4$, $|-7| \bullet |-4|$;
 d) $-98 \bullet -5$, $|-98| \bullet |-5|$.



Rețineți!

Dintre două numere întregi pozitive este mai mare cel care are modulul mai mare.
 Dintre două numere întregi negative este mai mare cel care are modulul mai mic.

Exerciții și probleme



- Reprezentați pe axă numerele 6, 2, -4, -8, 10, 3, -5 și determinați care dintre ele:
 - sunt mai mari decât 0;
 - sunt mai mici decât 0;
 - este cel mai mare;
 - este cel mai mic.
- Scrieți ca inegalitate enunțul:
 - Numărul 111 este pozitiv.
 - Numărul -200 este negativ.
 - Numărul x este pozitiv.
 - Numărul y nu este negativ.
- Completați cu unul dintre semnele „<”, „=” sau „>”:

a) $25 \bullet 17$;	b) $-19 \bullet 6$;	c) $-15 \bullet -4$;
d) $-7 \bullet 0$;	e) $11 \bullet -(-11)$;	f) $-24 \bullet -23$;
g) $16 \bullet -1$;	h) $8 \bullet -(-8)$;	i) $-100 \bullet 0$.



4. Scrieți în ordine crescătoare numerele:

a) 31, -27, -1, 0, 14, -17, 63, -3;

b) 44, -33, 22, -11, 0, 19, 54, -4.

5. **Lucrăm în perechi!** 

La Cahul și la Bălți a fost măsurată temperatura aerului în luna decembrie. Rezultatele sunt prezentate în tabel:

<i>Data</i> <i>Localitatea</i>	1	5	10	15	20	25
Cahul	0 °C	-5 °C	-10 °C	-12 °C	-16 °C	-19 °C
Bălți	-2 °C	-8 °C	-10 °C	-15 °C	-18 °C	-17 °C

a) Comparați temperaturile aerului din Cahul și Bălți în fiecare dintre aceste zile. În care oraș a fost mai cald?

b) În care zi a fost cel mai rece în fiecare dintre orașe? Dar cel mai cald?

6. Determinați între care numere întregi succesive se află numărul:

a) -5;

b) -17;

c) 7;

d) 22;

e) 0,5;

f) 18,25.

Model:

a) Între -6 și -4.

Scriem: $-6 < -5 < -4$.

7. Calculați oral. Care dintre temperaturi este mai mare:

a) $a = 10\text{ °C}$, $b = 15\text{ °C}$;

b) $a = 21\text{ °C}$, $b = 19\text{ °C}$;

c) $a = 18\text{ °C}$, $b = -14\text{ °C}$;

d) $a = 12\text{ °C}$, $b = -5\text{ °C}$?

8. Completați cu cifre potrivite:

a) $-6481 < -648\blacksquare$;

b) $-4\blacksquare78 > -4278$;

c) $1608 < 160\blacksquare$;

d) $45\blacksquare6 > 4546$.

9. Scrieți cinci numere întregi consecutive:

a) mai mici decât 1;

b) mai mici decât -2;

c) mai mici decât -6;

d) mai mari decât -4.

10. **Lucrăm în perechi!** 

Scrieți în ordine crescătoare numerele:

a) -24, 16, $-|-18|$, $-(-15)$, $|63|$, -19, 21;

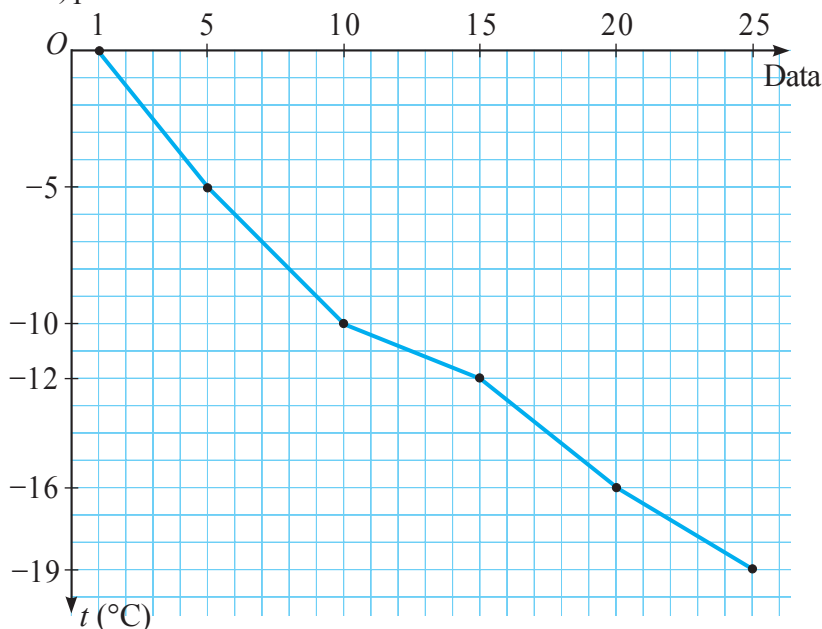
b) -48, 32, $-|61|$, $-|23|$, $|35|$, $-(-17)$, -61.

11. LUCRĂM ÎN GRUP!



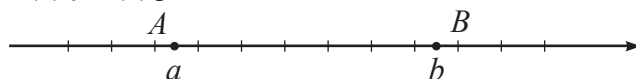
Proiect *Axa evenimentelor istorice din Antichitate*. Clasa se împarte în grupuri a câte 6–8 elevi. Fiecare grup va prezenta un poster cu axa evenimentelor istorice din epoca antică.

12. Dorin a reprezentat temperaturile înregistrate la Cahul (a se vedea tabelul problemei 5) prin următoarea schemă:



- 1) Considerând că temperatura s-a micșorat permanent, determinați în care zile este posibil să fi fost: a) -4°C ; b) -14°C .
- 2) Reprezentați printr-o diagramă similară temperaturile înregistrate la Bălți (a se vedea tabelul problemei 5).
13. Pentru care numere întregi a este adevărată inegalitatea $a + |a| > 0$?
14. Se știe că numerele întregi m și n sunt negative. Comparați numerele:

a) $-m$ și n ;	b) $- n $ și n ;	c) $ m $ și m ;
d) $ n $ și m ;	e) $-n$ și $ n $;	f) $ m $ și $-m$.
15. Fie punctele $A(a)$ și $B(b)$ pe axa numerelor.



Se poate oare determina:

- a) care dintre numerele a și b este mai mare;
- b) modulul cărui dintre numerele a și b este mai mare?



§3 Adunarea numerelor întregi

3.1. Adunarea numerelor întregi cu același semn

Cercelăm și descoperim

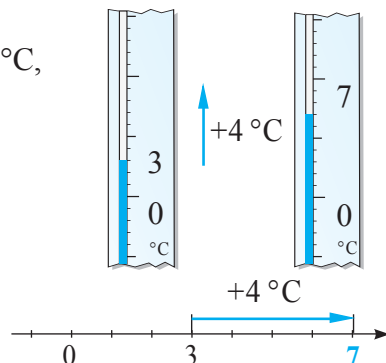
1 Dimineța, temperatura aerului a fost de $+3^{\circ}\text{C}$, iar până la amiază a crescut cu 4°C . Ce temperatură arăta termometrul la amiază?

Rezolvare:

Notăm creșterea temperaturii cu $+4^{\circ}\text{C}$.

Obținem: $(+3) + (+4) = 3 + 4 = 7$.

Răspuns: $+7^{\circ}\text{C}$.



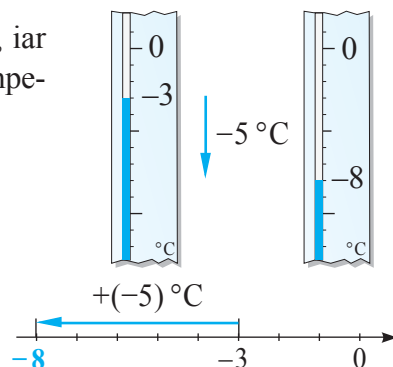
2 Seara, temperatura aerului a fost de -3°C , iar până la miezul nopții s-a micșorat cu 5°C . Ce temperatură arăta termometrul la miezul nopții?

Rezolvare:

Notăm micșorarea temperaturii cu -5°C .

Obținem: $-3 + (-5) = \square$.

Răspuns: $\square^{\circ}\text{C}$.



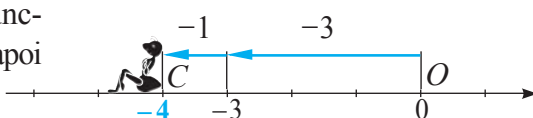
3 Furnica s-a deplasat pe axă din punctul O în sens negativ mai întâi cu 3 unități, apoi cu încă o unitate și a ajuns în punctul C .

Aflați coordonata punctului C .

Rezolvare:

$-3 + (\square) = \square$.

Răspuns: $C(\square)$.



E posibil și astfel:

$$\begin{aligned} -3 + (-1) &= \\ &= -(|-3| + |-1|) = \\ &= -(3 + 1) = -4. \end{aligned}$$



Rețineți!

Pentru a aduna două numere întregi cu același semn:

- 1 se adună modulele celor două numere;
- 2 rezultatului i se atribuie semnul comun.

3.2. Adunarea numerelor întregi cu semne diferite

Cercelăm și descoperim

1 Nicu și Sandu s-au jucat la calculator. Nicu a obținut 7 puncte și 8 penalizări, iar Sandu – 6 puncte și 4 penalizări. Cine a câștigat, dacă fiecare penalizare anulează un punct?

Rezolvare:

Notăm punctele cu numere pozitive, iar penalizările cu numere negative.

Numărul penalizărilor lui Nicu este cu o unitate mai mare decât numărul punctelor. Obținem: $(+7) + (-8) = -1$.

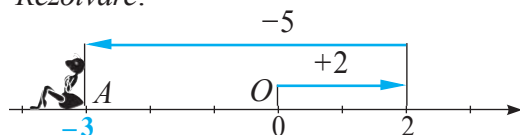
Numărul punctelor lui Sandu este cu 2 mai mare decât numărul penalizărilor. Obținem: $6 + (-4) = \square$.

Răspuns: .

2 Furnica s-a deplasat pe axă din punctul O în sens pozitiv cu 2 unități, apoi în sens negativ cu 5 unități, ajungând în punctul A .

Aflați coordonata punctului A .

Rezolvare:



$$+2 + (-5) = -3.$$

Răspuns: -3 .

Eu rezolv astfel:

$$+2 + (-5) = -(|-5| - | +2 |) = -(5 - 2) = -3$$

$$+8 + (-2) = +(8 - 2) = +6$$

$$-7 + (+3) = -(7 - 3) = -4$$

Rețineți!

Pentru a aduna două numere întregi cu semne diferite:

- ① din modulul mai mare se scade modulul mai mic;
- ② rezultatului i se atribuie semnul termenului al cărui modul este mai mare.

• Explicați de ce $+3 + (-3) = 0$.

Rețineți!

Suma a două numere întregi opuse este egală cu zero:

$$a + (-a) = 0, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{Z}.$$



3.3. Proprietăți ale adunării numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

1 a) Analizați tabelul. Substituiți a și b cu numere întregi și verificați dacă sunt adevărate concluziile din tabel.

a	b	$a + b$	$b + a$	Concluzia
-6	4	$-6 + (+4) = -2$	$+4 + (-6) = -2$	$a + b = b + a, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$
-4	0	$-4 + 0 = -4$	$0 + (-4) = -4$	$a + 0 = 0 + a = a, a \in \mathbb{Z}$

b) Analizați tabelul. Substituiți a, b și c cu numere întregi și verificați dacă este adevărată concluzia din tabel.

a	b	c	$a + (b + c)$	$(a + b) + c$	Concluzia
-2	+7	-3	$-2 + (+7 + (-3)) =$ $= -2 + (+4) = 2$	$(-2 + (+7)) + (-3) =$ $= 5 + (-3) = 2$	$a + (b + c) = (a + b) + c,$ $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Proprietăți ale adunării numerelor întregi

1° Adunarea numerelor întregi este comutativă:

$$a + b = b + a, \text{ oricare ar fi } a, b \in \mathbb{Z}.$$

2° Adunarea numerelor întregi este asociativă:

$$a + (b + c) = (a + b) + c, \text{ oricare ar fi } a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

3° Numărul întreg 0 este elementul neutru al adunării numerelor întregi:

$$a + 0 = 0 + a = a, \text{ oricare ar fi } a \in \mathbb{Z}.$$

4° Orice număr întreg a are un opus $-a$, $-a \in \mathbb{Z}$, astfel încât

$$a + (-a) = -a + a = 0, \text{ oricare ar fi } a \in \mathbb{Z}.$$

Aplicăm

2 Calculați $((-2) + (-3)) + 3$.

Rezolvare:

$$((-2) + (-3)) + 3 = (-2) + (-3 + 3) = -2 + 0 = -2.$$

proprietatea 2°

Exerciții și probleme



1. Efectuați adunarea utilizând axa numerelor:

a) $+3 + (+7)$;

b) $-2 + (-6)$;

c) $-1 + (-8)$;

d) $+6 + (+1)$;

e) $-4 + (-9)$;

f) $-8 + (-2)$.

2. Calculați:

a) $-11 + (-120)$;

b) $-18 + (-17)$;

c) $+13 + (+34)$;

d) $-15 + (-27)$;

e) $+56 + (+27)$;

f) $-32 + (-181)$.

3. Seara, temperatura aerului a fost de -6°C . Pe parcursul nopții a scăzut cu 5°C . Ce temperatură arăta termometrul dimineața?

4. Scrieți ca sumă a două numere întregi numărul:

a) -100 ;

b) -29 ;

c) -13 ;

d) -999 .

?	?
?	?

5. Completați tabelul cu patru numere astfel încât suma oricăror două dintre ele să fie negativă.

6. Completați cu un număr astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

a) $(-4) + \square = -6$;

b) $\square + (-2) = -12$;

c) $-3 + \square = -11$;

d) $\square + (-7) = -20$.

7. **Lucrăm în perechi!**



Reprezentați pe axa numerelor punctul $A(-4)$, apoi notați punctul:

a) $B(b)$, unde $b = -4 + 2$;

b) $C(c)$, unde $c = -4 + 5$;

c) $D(d)$, unde $d = -4 + (-1)$;

d) $M(m)$, unde $m = -4 + 4$.

8. Calculați oral:

a) $-8 + 2$;

b) $12 + (-14)$;

c) $-16 + 15$;

d) $-6 + 17$;

e) $21 + (-9)$;

f) $-121 + 98$;

g) $137 + (-112)$;

h) $-291 + 290$.

9. Scrieți ca sumă a două numere întregi cu semne diferite numărul:

a) -2 ; b) 3 ; c) -5 ; d) 0 ; e) 7 ; f) -1 .

10. Se consideră că orașul Roma a fost fondat în anul 753 înainte de Hristos. Câți ani are orașul Roma?



11. Completați cu un număr întreg astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

a) $2 + \square = -7$;

b) $\square + (-3) = -1$;

c) $-3 + \square = 3$;

d) $0 + \square = -6$;

e) $-8 + \square = 0$;

f) $-11 + \square = -11$.

12. Copiați și completați tabelul:

a	-10	5	-17	0	-8	-20	-13
b	12	-7	17	-3	-4	19	-10
$a + b$							



13. Calculați oral:

- a) $89 + (-62)$; b) $-89 + (-62)$; c) $-89 + 62$; d) $27 + (-43)$;
 e) $-136 + (-49)$; f) $-186 + 236$; g) $-98 + (-59)$; h) $-43 + (-57)$;
 i) $-64 + 75$; j) $-139 + 123$; k) $45 + (-105)$; l) $-82 + (-69)$.



14. Calculați valoarea expresiei $x + y$, dacă:

- a) $x = 171$, $y = 112$; b) $x = -213$, $y = -67$; c) $x = -47$, $y = -133$;
 d) $x = -59$, $y = -241$; e) $x = 18$, $y = -28$; f) $x = -81$, $y = 81$.

15. Calculați: a) $(-4) + (-5) + (-6) + 2 + 3 + 4$;
 b) $(-7) + (-8) + (-4) + 15 + 4$;
 c) $17 + (-12) + 18 + (-13) + 19 + (-14)$;
 d) $28 + (-10) + (-14) + (-28) + 100 + (-99)$;
 e) $(-21) + 17 + 21 + (-61) + 50 + (-49) + 60$.

16. Calculați oral. Comparați:

- a) $-99 + 100$ ● 0; b) $-20 + 17$ ● 0;
 c) $82 + (-89) + 8$ ● 0; d) $-114 + 114$ ● 0.



17. Calculați folosind proprietățile adunării:

- a) $-14 + (-16 + 20)$; b) $(-18 + (-11)) + (-12)$;
 c) $19 + (-13) + 3 + (-19)$; d) $-28 + (-17) + (-12) + 17$;
 e) $-20 + 36 + (-35) + 20$; f) $18 + (-28) + 19$.

18. Aflați valoarea expresiei $a + (-38) + (-65) + b$ pentru:

- a) $a = 28$, $b = -25$; b) $a = -85$, $b = -12$;
 c) $a = -5$, $b = 30$; d) $a = -15$, $b = 40$.

19. **Lucrăm în perechi!** Reproduceți și completați tabelul cu 3 numere diferite astfel încât suma oricăror două dintre ele să fie negativă.

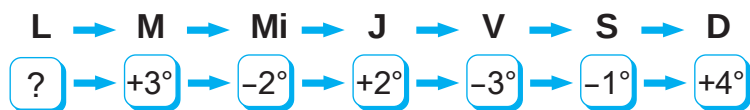


7	?
?	?

20. Completați cu un număr astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

- a) $627 + \square = 0$; b) $217 + 325 + \square = 325$;
 c) $\square + 215 + \square = 215$; d) $\square + 2000 + \square = 300$.

21. Timp de o săptămână, Dorina a măsurat temperatura aerului:



- a) Aflați ce temperatură a fost luni, dacă duminica precedentă a fost $+5^{\circ}\text{C}$ și s-a răcit cu 2° .
- b) Cu câte grade s-a micșorat temperatura vineri în raport cu joi?
- c) Cu câte grade s-a majorat temperatura duminică în raport cu sâmbătă?
- d) Dar joi în raport cu miercuri?
- e) Cu câte grade s-a micșorat temperatura miercuri în raport cu marți?
22. O persoană a câștigat a lei, apoi a mai câștigat b lei. Cât a câștigat în total persoana, dacă:
- a) $a = 70$, $b = 130$; b) $a = 350$, $b = 60$;
 c) $a = 1100$, $b = 2020$; d) $a = 132$, $b = 458$.
23. O persoană a câștigat o sumă de bani, apoi a pierdut o sumă de bani. Câți bani are persoana, dacă ea:
- a) a câștigat 150 de lei, apoi a pierdut 80 de lei;
 b) a câștigat 90 de lei, apoi a pierdut 110 lei;
 c) a câștigat 410 lei, apoi a pierdut 560 de lei.
24. O persoană a pierdut o sumă de bani, apoi a câștigat o sumă de bani. Câți bani are persoana, dacă ea:
- a) a pierdut 85 de lei, apoi a câștigat 98 de lei;
 b) a pierdut 125 de lei, apoi a câștigat 125 de lei;
 c) a pierdut 2 020 de lei, apoi a câștigat 1 880 de lei.

25. Aflați suma tuturor numerelor întregi de la -99 până la 100.

26. a) Reproduceți și completați tabelul:

a	5	10	-20	-3
b	4	-8	7	-12
$a + b$				
$ a + b $				
$ a + b $				



- b) Analizați rezultatele obținute și determinați în care cazuri $|a + b| = |a| + |b|$?
- c) Cum trebuie să fie numerele întregi a și b astfel încât $|a + b| < |a| + |b|$?
27. În ce condiții egalitatea $x + y + z + t = 0$ este adevărată, dacă x și z sunt numere întregi opuse?
28. Calculați suma dintre cel mai mare număr întreg pozitiv de trei cifre distincte și cel mai mic număr întreg negativ format din:
- a) 3 cifre distincte; b) 5 cifre distincte; c) 6 cifre distincte.

§4 Scăderea numerelor întregi

4.1. Scăderea numerelor întregi

Cerțăm și descoperim

1 Nelu i-a propus fratelui mai mic, Gelu, să efectueze scăderea $4 - 7$.

Gelu, mirat, a răspuns că nu există așa un număr care să fie egal cu diferența $4 - 7$.

Nelu i-a explicat lui Gelu că, într-adevăr, un astfel de număr natural nu există, dar el poate fi ușor găsit printre numerele întregi.

• Urmărind rezolvarea următoarei probleme, veți înțelege cum i-a explicat Nelu lui Gelu scăderea $4 - 7$.

$$4 - 7 = ?$$



2 Seara, temperatura aerului era de 4°C , iar în timpul nopții s-a micșorat cu 7°C . Ce temperatură arăta termometrul dimineața?

Rezolvare:

Metoda I

Fie x valoarea temperaturii căutate.

Când temperatura s-a micșorat cu 7°C , ea a devenit mai mică cu 7°C , de aceea $4 - 7 = x$, unde $4 = x + 7$.

$$x = -3, \text{ deoarece } -3 + 7 = 4.$$

$$\text{Așadar, } 4 - 7 = -3.$$

Răspuns: -3°C .

Diferență a două numere întregi a și b se numește numărul întreg $c = a - b$, astfel încât $a = c + b$.

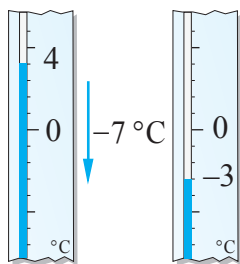
$$\begin{array}{ccccc} & \swarrow & a - b = c & \searrow & \\ \text{descăzut} & & \text{scăzător} & & \text{diferență (rest)} \end{array}$$

Metoda II

Notăm micșorarea temperaturii cu -7°C .

Obținem:

$$4 + (-7) = -3.$$



$$4 - 7 = 4 + (-7) = -3.$$



3 În afara navei cosmice, partea scafandrilor luminată de Soare are temperatura de $+140^{\circ}\text{C}$, iar cea din umbră are temperatura de -130°C . Aflați diferența dintre aceste două temperaturi.



Rezolvare:

$140 - (-130) = x$. Aflăm un număr x astfel încât $x + (-130) = 140$.

$x = \square$, deoarece $\square + (-130) = 140$.

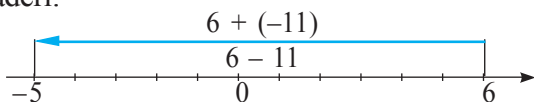
Răspuns: $\square^{\circ}\text{C}$.



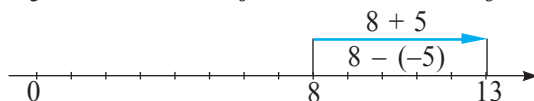
$$140 - (-130) = 140 + 130 = 270$$

• Cercetați și explicați următoarele scăderi:

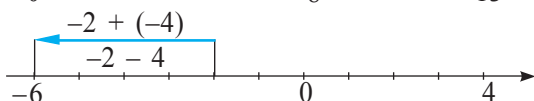
$6 - 11 = 6 + (-11) = -5;$



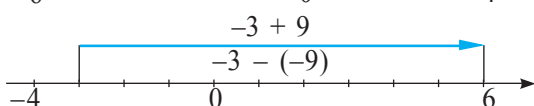
$8 - (-5) = 8 + 5 = 13;$



$-2 - 4 = -2 + (-4) = -6;$



$-3 - (-9) = -3 + 9 = 6.$



Rețineți!

Pentru a scădea două numere întregi, se adună descăzutul cu opusul scăzătorului: $a - b = a + (-b)$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$.

4.2. Distanța dintre două puncte pe axa numerelor (opțional)

Cercetăm și descoperim

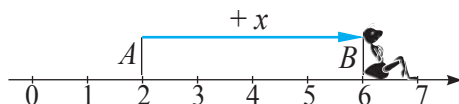
1 Furnica se deplasează pe axă de la punctul $A(a)$ până la punctul $B(b)$. Aflați ce distanță a parcurs furnica, dacă:

- a) $a = 2$, $b = 6$; b) $a = -2$, $b = 5$; c) $a = -1$, $b = -4$.

Rezolvare:

Notăm distanța $AB = x$.

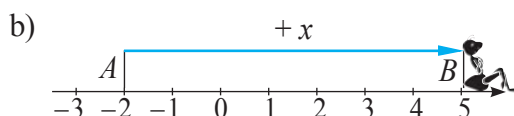
a)



$$2 + x = 6$$

$$x = 4$$

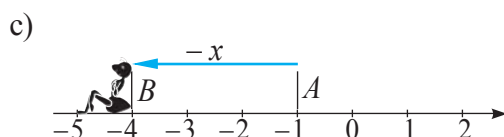
$$AB = 6 - 2 = 4$$



$$-2 + x = 5$$

$$x = \square$$

$$AB = 5 - \square = \square + \square = \square$$



$$-1 + (-x) = -4$$

$$x = \square$$

$$AB = -1 - \square = \square + \square = \square$$

Distanța dintre punctele $A(a)$ și $B(b)$ pe axă se calculează după formula $AB = |a - b|$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$.

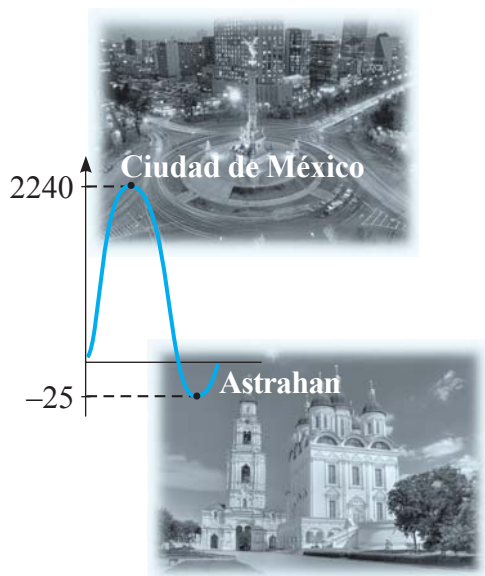
Aplicăm

2 Orașul Astrahan este situat la 25 m mai jos de nivelul mării, iar orașul Ciudad de México (capitala Mexicului) este situat la 2 240 m mai sus de nivelul mării. Cu câți metri mai sus de nivelul orașului Astrahan este situat orașul Ciudad de México?

Rezolvare:

$$2\,240 - (-25) = 2\,240 + 25 = 2\,265 \text{ (m)}.$$

Răspuns: 2 265 m.



Exerciții și probleme



1. Continuăți:

a) $-1 - 5 = -1 + (-5) = \dots$;

c) $7 - (-10) = 7 + 10 = \dots$;

e) $-15 - 15 = -15 + \dots = \dots$;

g) $24 - (-9) = 24 + \dots = \dots$;



b) $2 - 9 = 2 + (-9) = \dots$;

d) $-4 - (-3) = -4 + 3 = \dots$;

f) $11 - 18 = 11 + \dots = \dots$;

h) $-15 - (-23) = -15 + \dots = \dots$.

2. Efectuați:

a) $-13 - 6$;

b) $40 - 52$;

c) $-17 - (-17)$;

d) $-16 - 9$;

e) $12 - 26$;

f) $8 - (-31)$;

g) $0 - (-13)$;

h) $0 - 22$;

i) $34 - (-12)$.

3. Completați cu un număr astfel încât enunțul obținut să fie adevărat:

- a) $0 - \square = -8$; b) $10 - \square = -2$; c) $\square - 4 = -1$;
 d) $\square - 10 = -7$; e) $-3 - \square = 6$; f) $9 - \square = 15$;
 g) $0 - \square = 7$; h) $\square - (-3) = -4$; i) $\square - (-12) = 14$.

4. La Campionatul Mondial de Fotbal, echipele se departajează în funcție de diferența dintre golurile marcate și cele primite. Reproduceți și completați tabelul:

Țara	Goluri marcate	Goluri primite	Diferența dintre golurile marcate și cele primite
Brazilia	5	1	
Elveția	5	4	
Serbia	2	4	
Costa Rica	2	5	



5. Utilizând axa numerelor, aflați distanța AB dintre punctele $A(a)$ și $B(b)$, dacă:

- a) $a = -5$, $b = 3$; b) $a = 1$, $b = 10$; c) $a = -7$, $b = -8$.

6. Cea mai scăzută temperatură de pe Pământ, de -89°C , s-a înregistrat în Antarctica, iar cea mai ridicată, de 58°C , în Africa. Aflați diferența dintre temperatura



cea mai ridicată și temperatura cea mai scăzută de pe Pământ.



7. Calculați:

- a) $-12 - 8 + 7$; b) $9 - 16 - 3$; c) $25 - 28 - 7$;
 d) $-7 - 15 - 21$; e) $6 - 14 + 8$; f) $-9 - 7 + 11$.

8. Aflați valoarea expresiei numerice:

- a) $-3 - 8 + 12 - 4 + 11$; b) $4 - 5 + 11 - 9 - 4$;
 c) $9 - 2 - 8 + 4 - 21$; d) $-16 - 7 + 32 - 21 + 17$;
 e) $-16 + 9 + 27 - 11 - 8$.

9. Determinați valoarea expresiei $x - y + z$, dacă:

a) $x = -3$, $y = -7$, $z = -12$;

b) $x = 9$, $y = 12$, $z = -8$;

c) $x = -21$, $y = -6$, $z = 17$.

10. Completați cu unul dintre semnele „+” sau „-” astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

a) $72 \bigcirc (-53) = 125$;

b) $96 \bigcirc 81 = -45$;

c) $-37 \bigcirc (-64) = -101$;

d) $-49 \bigcirc 17 = -32$;

e) $-61 \bigcirc 9 = -70$;

f) $74 \bigcirc (-26) = 100$.



11. Care dintre punctele B și C este situat pe axă mai departe de punctul $A(-12)$, dacă:

a) $B(-6)$, $C(-16)$;

b) $B(3)$, $C(-27)$?

12. **Lucrăm în perechi!**



Reproduceți și completați tabelul:

a	b	$a - b$	$b - a$	$ a - b $	$ b - a $
-6	-9				
12	19				
-10	4				
5	-11				



13. Seara, temperatura aerului era:

a) -30°C ;

b) 2°C ;

c) 0°C ;

d) 5°C .

În timpul nopții, aceasta s-a micșorat cu 5°C . Ce temperatură arăta termometrul dimineața?

14. Poate oare diferența a două numere să fie mai mare decât suma lor?

Argumentați răspunsul prin exemple.

15. Reproduceți și completați tabelul:

a	b	Poziția relativă a punctelor	Semnul diferenței $a - b$	Inegalitatea
-6	-9		+	$-5 > -12$
12	19			$-9 < b$
-10	4		+	
5	-11			



16. Fie punctele $A(-12)$, $B(-4)$ pe axa numerelor. Aflați coordonatele punctului C și lungimea segmentului AC , dacă B este mijlocul acestui segment.

§5 Înmulțirea numerelor întregi

5.1. Înmulțirea numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

1 Furnica se deplasează pe axa numerelor cu viteza de 3 unități pe minut. Acum se află în originea axei.

a) În ce punct va ajunge furnica peste 4 minute?

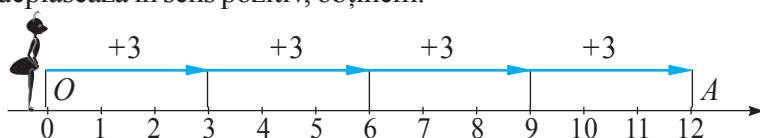
b) În ce punct se afla furnica acum 4 minute?

Rezolvare:

a) Notăm viteza furnicii în sens pozitiv cu 3 unități/min., iar în sens negativ – cu –3 unități/min.

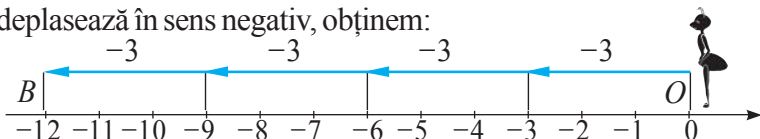
① Dacă furnica se deplasează în sens pozitiv, obținem:

$$3 \cdot 4 = 12$$



② Dacă furnica se deplasează în sens negativ, obținem:

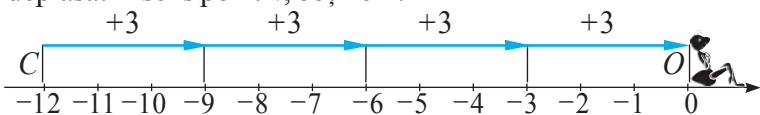
$$-3 \cdot 4 = -12$$



b) Notăm timpul de acum 4 minute cu –4.

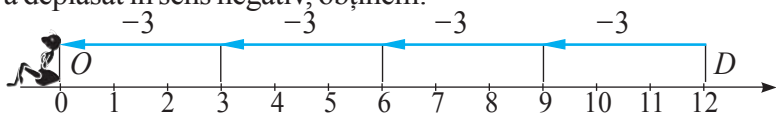
① Dacă furnica s-a deplasat în sens pozitiv, obținem:

$$3 \cdot (-4) = -12$$



② Dacă furnica s-a deplasat în sens negativ, obținem:

$$(-3) \cdot (-4) = 12$$



Răspuns: a) ① A(12); ② B(-12); b) ① C(-12); ② D(12).

Rețineți!

Pentru a înmulți două numere întregi cu semne diferite, se înmulțesc modulele lor, iar rezultatului i se atribuie semnul „-”.

Pentru a înmulți două numere întregi de același semn, se înmulțesc modulele lor.

$$-7 \cdot 8 = -|7| \cdot |8| = -56;$$

$$9 \cdot (-5) = -|9| \cdot |-5| = -45.$$

$$+5 \cdot (+4) = |+5| \cdot |+4| = 20;$$

$$-6 \cdot (-4) = |-6| \cdot |-4| = 24.$$

Dependența semnului unui produs a două numere întregi nenule de semnele factorilor poate fi memorată utilizând tabelul semnelor:



Semnul numărului a	Semnul numărului b	Semnul numărului $a \cdot b$
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+



2 Observați exemplele și verificați concluziile cu ajutorul altor exemple.

$$-8 \cdot 1 = -8$$

$$3 \cdot 1 = 3$$

Înmulțind un număr întreg cu 1, obținem același număr.

$$-1 \cdot 5 = -5$$

$$-7 \cdot (-1) = 7$$

Înmulțind un număr întreg cu (-1) , obținem opusul acestuia.

$$-3 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot (-9) = 0$$

Rezultatul înmulțirii cu 0 a oricărui număr întreg este 0.

5.2. Proprietățile înmulțirii

$$6 \cdot (-2) = -12$$

$$-2 \cdot 6 = -12$$

$$6 \cdot (-2) = -2 \cdot 6$$

1° *Comutativitatea:*

$a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$.

$$-15 \cdot (4 \cdot 7) = -420$$

$$(-15 \cdot 4) \cdot 7 = -420$$

$$-15 \cdot (4 \cdot 7) = (-15 \cdot 4) \cdot 7$$

2° *Asociativitatea:*

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{Z}$.

$$7 \cdot (-2 + 12) = 70$$

$$7 \cdot (-2) + 7 \cdot 12 = 70$$

$$7 \cdot (-2 + 12) = 7 \cdot (-2) + 7 \cdot 12$$

3° *Distributivitatea înmulțirii față de adunare:*

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, pentru orice

$a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{Z}$.

factor comun

$$-19 \cdot 1 = -19$$

$$1 \cdot (-46) = -46$$

4° *Numărul 1 este element neutru la înmulțire:*

$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$.

• Scrieți în locul literelor a , b și c orice numere întregi și verificați dacă sunt adevărate proprietățile.

Aplicăm

Calculați: a) $(-4) \cdot 53 \cdot (-25)$; b) $7 \cdot (-93) + 7 \cdot 92$.

Rezolvare:

a) $(-4) \cdot 53 \cdot (-25) = 53 \cdot (-4) \cdot (-25) = 53 \cdot 4 \cdot 25 = 53 \cdot 100 = 5\,300$.

proprietățile 1° și 2°

factor comun

b) $7 \cdot (-93) + 7 \cdot 92 = 7 \cdot (-93 + 92) = 7 \cdot (-1) = -7$.

proprietatea 3°

c) $15 \cdot 78 + 15 \cdot (-100) = 15 \cdot [78 + (-100)] = 15 \cdot (-22) = -330$.

factor comun

Exerciții și probleme

1. Nivelul apei în râul Nistru se modifică în fiecare zi cu 2 cm.

Astăzi este joi și nivelul apei este de 424 cm.

a) Care va fi nivelul apei duminică, dacă el este în creștere?

b) Care a fost nivelul apei luni, dacă el a fost în descreștere?

2. Calculați oral:

a) $6 \cdot (-9)$; b) $(-15) \cdot 7$; c) $(-4) \cdot (-11)$; d) $-1 \cdot 17$; e) $(-12) \cdot 0$;

f) $-6 \cdot (-9)$; g) $0 \cdot (-27)$; h) $(-14) \cdot (-3)$; i) $21 \cdot (-6)$.

3. Reproduceți și completați tabelul:

a	8	-7	-4	-52	-1	-12	-6
b	-3	9	-31	0	-75	3	-15
$a \cdot b$							



4. Scrieți ca produs de doi factori numărul:

a) -28; b) -12; c) -7; d) 0; e) -1.

5. **Lucram în perechi!**



Determinați semnul produsului și comparați-l cu numărul 0:

a) $(-12) \cdot (-57) \cdot (-81)$ ● 0;



b) $(-48) \cdot (+21) \cdot (-36)$ ● 0;

c) $(-15) \cdot (+15) \cdot (-25)$ ● 0;

d) $(-521) \cdot (-152) \cdot 0$ ● 0.

6. Calculați oral. Aflați $-15a$, dacă:

a) $a = -2$;

b) $a = -1$;

c) $a = 0$;

d) $a = 7$.

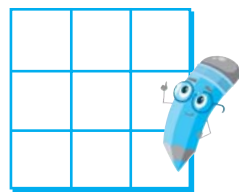
7. Calculați: a) $20 \cdot 18 \cdot (-5)$; b) $(-2) \cdot (-35) \cdot (-8)$;
c) $(-54) \cdot (-82) \cdot 0$; d) $(-24) \cdot 8 \cdot (-5)$.
8. Efectuați:
a) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$; b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$.
9. Calculați utilizând factorul comun:
a) $3 \cdot (-55) + 3 \cdot 50$; b) $(-8) \cdot 60 + (-8) \cdot 40$;
c) $10 \cdot 300 + 10 \cdot (-200)$; d) $(-28) \cdot (-40) + (-28) \cdot 20$.



10. Fără a efectua calculele, determinați semnul produsului:
a) $(-5 - 6 - 7 - 8 - 9) \cdot (-55)$; b) $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot (-1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6)$.
11. Scrieți numărul -24 ca produs de:
a) doi factori; b) trei factori; c) patru factori.
12. **Lucrăm în perechi!**  Completați cu un număr astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:
a) $-32 \cdot \blacksquare = 96$; b) $\blacksquare \cdot (-7) = 84$; c) $\blacksquare \cdot 13 = -65$; d) $-9 \cdot \blacksquare = -108$.
13. Efectuați operațiile în modul cel mai rațional, utilizând proprietățile înmulțirii:
a) $(-21) \cdot (-8) \cdot 3 \cdot (-25)$; b) $(-5) \cdot (-25) \cdot (-2) \cdot (-4)$;
c) $(-13) \cdot 52 + 48 \cdot (-13)$; d) $29 \cdot (-125) - 29 \cdot (-124)$;
e) $-5 \cdot 13 + (-5) \cdot 17$; f) $9 \cdot (-18) - 9 \cdot 22$;
g) $(-23) \cdot (-15) - 23 \cdot 16$; h) $54 \cdot (-35) - 74 \cdot (-35)$.
14. Calculați utilizând factorul comun:
a) $(-121) \cdot 78 + (-121) \cdot (-68)$; b) $215 \cdot (-88) + 215 \cdot 8$;
c) $300 \cdot 200 + 300 \cdot (-150)$; d) $(-150) \cdot 300 + (-150) \cdot (-200)$.



15. Aflați produsul tuturor numerelor întregi de la -20 până la 15 .
16. Suma a două numere întregi nenule este egală cu zero.
Ce semn va avea produsul acestor numere?
17. Completați cu numerele $-1, 2, -3, -4, 5, -6, -7, 8, -9$ astfel încât produsul numerelor situate pe orice verticală, orizontală, diagonală să fie pozitiv.



18. Calculați utilizând rațional distributivitatea înmulțirii față de adunare sau scădere:
a) $-99 \cdot 12$; b) $-19 \cdot 101$; c) $-15 \cdot (-99)$;
d) $1001 \cdot (-38)$; e) $-999 \cdot (-17)$; f) $-101 \cdot 143$.

§6 Împărțirea numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

1 Temperatura aerului la poalele munților este de 0°C și se micșorează cu 2°C la fiecare kilometru de urcuș. La ce înălțime de la poalele munților se află schiorul, dacă temperatura aerului acolo este de -6°C ?

Rezolvare:

Notăm micșorarea temperaturii cu 2°C prin -2°C .

Calculăm: $-6 : (-2) = 3$, deoarece

$$3 \cdot (-2) = -6.$$

Răspuns: 3 km.



A împărți numărul întreg -6 la numărul întreg -2 înseamnă a găsi un număr astfel încât produsul acestuia cu -2 să fie egal cu -6 .

deîmpărțit împărțitor cât

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ -18 : (-6) = +3, \\ \text{deoarece } +3 \cdot (-6) = -18 \end{array}$$

Câtul împărțirii a două numere întregi de același semn este un număr pozitiv.

$$\begin{array}{l} +24 : (-4) = -6, \\ \text{deoarece } -6 \cdot (-4) = +24 \\ -21 : (+7) = -3, \\ \text{deoarece } -3 \cdot 7 = -21 \end{array}$$

Câtul împărțirii a două numere întregi de semne diferite este un număr negativ.

Modulul câtului este egal cu câtul modulelor deîmpărțitului și împărțitorului.

$$|-18 : (-6)| = |-18| : |-6| = |+3|$$

$$|+24| : |-4| = |-6|$$

$$|a : b| = |a| : |b|, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

$$|-21| : |+7| = |-3|$$

Semnul câtului, în funcție de semnul deîmpărțitului și de cel al împărțitorului, poate fi ușor memorat cu ajutorul tabelului alăturat.

• Comparați acest tabel cu cel al dependenței semnelui produsului de semnele factorilor (pagina 64).

Semnul numărului a	Semnul numărului b	Semnul numărului $a : b$
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

3 Observați exemplele și verificați concluziile cu ajutorul altor exemple.

$$\begin{array}{l} -6 : 1 = -6 \\ 5 : 1 = 5 \end{array}$$

Împărțind un număr întreg la 1, obținem același număr, adică deîmpărțitul.

$$\begin{array}{l} -3 : (-1) = 3 \\ 7 : (-1) = -7 \end{array}$$

Împărțind un număr întreg la -1 , obținem numărul opus deîmpărțitului.

$$\begin{array}{l} 0 : 5 = 0 \\ 0 : (-8) = 0 \end{array}$$

Rezultatul împărțirii lui 0 la orice număr întreg nenul este 0.

Împărțirea la 0 n-are sens.

$$\cancel{a : 0}$$

Exerciții și probleme

1. Efectuați și verificați rezultatul prin înmulțire:

a) $-15 : 3$;

b) $21 : (-7)$;

c) $-24 : (-8)$;

d) $0 : (-4)$.

2. Efectuați:

a) $78 : (-6)$;

b) $-52 : (-13)$;

c) $-84 : 12$;

d) $96 : (-8)$;

e) $57 : (-3)$;

f) $-108 : 4$;

g) $0 : (-32)$;

h) $-51 : (-1)$;

i) $-121 : 11$.

3. Reproduceți și completați tabelul:

a	-41	0	-64	-17	125	-63
b	41	-37	-16	-1	-5	-3
$a : b$						

4. Calculați oral valoarea expresiei $-48 : a$, dacă:

a) $a = -3$;

b) $a = 12$;

c) $a = -8$;

d) $a = 6$.

5. Calculați oral valoarea expresiei $a : (-3)$, dacă:

a) $a = -27$;

b) $a = 36$;

c) $a = 0$;

d) $a = -108$.



6. Calculați:

a) $(23 - 32) : (-3)$;

b) $(-12 + 36) : (-8)$;

c) $(-15 - 29) : 11$;

d) $(-7 - (-21)) : (-7)$.

7. **LUCRĂM ÎN PERECHI!**



Reproduceți și completați tabelul:

a	17	-13		53		
b	-3		-3		-1	-26
$a \cdot b$		65	-39	-53	1	0



8. La ora 8:00, într-o cameră frigorifică temperatura era de 0°C . În fiecare oră, temperatura s-a micșorat cu 3°C . La ce oră temperatura a fost de -12°C ?

9. Calculați:

a) $(-29 \cdot 4) : 4$;

b) $[31 \cdot (-6)] : 31$;

c) $(-7 \cdot 25) : (-7)$;

d) $[-3 \cdot (-10)] : 10$.

10. **LUCRĂM ÎN PERECHI!**



Reproduceți și completați tabelul. Trageți concluzia.

a	-68	57	-116	0
b	-17	-3	29	-19
$ a : b $				
$ a : b $				



11. Substituiți a , b și c cu numere întregi nenule și determinați care dintre următoarele egalități sunt false:

a) $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$;

b) $(a \cdot b) : c = (a \cdot c) : b$;

c) $(a : b) \cdot c = (a \cdot c) : b$;

d) $(a : b) : c = a : (b : c)$.

12. Substituiți  cu semnele operațiilor aritmetice (+, -, ·, :) astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

a) $1 \cdot 2 \cdot 3 = -1$;

b) $-1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 1$;

c) $-1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = -1$.



§7 Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Ordinea efectuării operațiilor

7.1. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural

Cercetăm și descoperim

Înmulțirea numerelor naturale nenule egale poate fi scrisă ca putere:

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ factori}} = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = (+3)^4$$

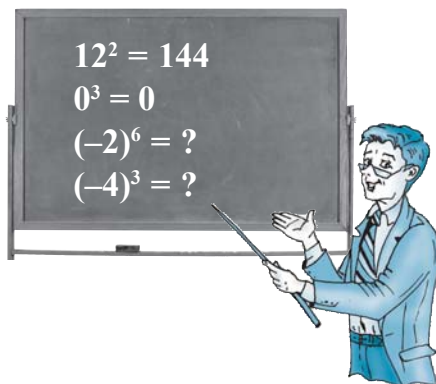
Citim:

„3 la puterea a patra” sau „3 la a patra”.

$$11^3 = \underbrace{11 \cdot 11 \cdot 11}_{3 \text{ factori}}$$

Citim:

„11 la puterea a treia” sau „11 la cub”.



Dar înmulțirea numerelor negative egale?

$$\underbrace{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)}_{6 \text{ factori}} = (-5)^6$$



Înmulțirea factorilor egali este

operația de ridicare la putere:

$(-5)^6$ este o putere cu baza puterii -5 și exponentul puterii 6 .

Citim: „ -5 la puterea a șasea” sau „ -5 la a șasea”.

Generalizăm

Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural

① Oricare ar fi numărul întreg nenul a și numărul natural n :

$$\bullet a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}, \text{ pentru } n > 1.$$

$$\bullet a^1 = a.$$

$$\bullet a^0 = 1, a \neq 0.$$

$$\bullet 0^0 - \text{nu are sens.}$$

② $0^n = 0, n \in \mathbb{N}^*.$

Observăm

Pentru $a, n \in \mathbb{N}^*$:

1) $(+a)^n = +a^n = a^n$

2) $(-a)^n = \begin{cases} a^n, & \text{pentru } n \text{ par} \\ -a^n, & \text{pentru } n \text{ impar} \end{cases}$

$$(+10)^4 = 10^4.$$

$$(-5)^2 = 25 = 5^2.$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8 = -2^3.$$

7.2. Proprietățile puterii cu exponent natural a numărului întreg

Cercetăm și descoperim

Verificați egalitățile.

a) $(-5)^2 \cdot (-5)^3 = (-5)^{2+3}$;

b) $(-6)^4 : (-6)^2 = (-6)^{4-2}$;

c) $[(-3)^2]^3 = (-3)^{2 \cdot 3}$;

d) $[3 \cdot (-5)]^2 = 3^2 \cdot (-5)^2$.

Rămân oare valabile regulile de calcul cu puteri, învățate la numere naturale, și la numere întregi?



Rezolvare:

a) $(-5)^2 \cdot (-5)^3 = 25 \cdot (-125) = -3125$; $(-5)^{2+3} = (-5)^5 = -3125$.

Deci, $(-5)^2 \cdot (-5)^3 = (-5)^{2+3}$.

b) $(-6)^4 : (-6)^2 = 1296 : 36 = 36$; $(-6)^{4-2} = (-6)^2 = 36$.

Deci, $(-6)^4 : (-6)^2 = (-6)^{4-2}$.

c) $[(-3)^2]^3 = 9^3 = 729$; $(-3)^{2 \cdot 3} = (-3)^6 = 729$.

Deci, $[(-3)^2]^3 = (-3)^{2 \cdot 3}$.

d) $[3 \cdot (-5)]^2 = (-15)^2 = 225$; $3^2 \cdot (-5)^2 = 9 \cdot 25 = 225$.

Deci, $[3 \cdot (-5)]^2 = 3^2 \cdot (-5)^2$.

Așadar, regulile de calcul cu puteri, învățate la numere naturale, rămân valabile și la numere întregi.

Generalizăm

Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}^*$, $m, n \in \mathbb{N}$	① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	Pentru a înmulți puteri cu aceeași bază, scriem baza și adunăm exponenții.
	② $a^m : a^n = a^{m-n}$, $m > n$	Pentru a împărți două puteri cu aceeași bază, scriem baza și scădem exponenții.
	③ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	Pentru a ridica o putere la altă putere, scriem baza și înmulțim exponenții.
	④ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	Pentru a ridica un produs la putere, ridicăm fiecare factor la puterea respectivă.

Aplicăm

Calculați: a) $[(-5)^8 \cdot (-25)^3] : (-5)^{10}$;

b) $(2^{20} \cdot 4^5) : (-8)^{10}$;

c) $[(-4)^3]^2 + 16^4 : (-16)^2$.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} \text{a) } [(-5)^8 \cdot (-25)^3] : (-5)^{10} &= \{(-5)^8 \cdot [(-5)^2]^3\} : (-5)^{10} = \\ &= [(-5)^8 \cdot (-5)^6] : (-5)^{10} = (-5)^{14} : (-5)^{10} = (-5)^{14-10} = (-5)^4 = 625; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (2^{20} \cdot 4^5) : (-8)^{10} &= [2^{20} \cdot (2^2)^5] : [(-1) \cdot 8]^{10} = \\ &= 2^{20+5} : [(-1)^{10} \cdot (2^3)^{10}] = 2^{25} : 2^{30} = 2^{-5} = \frac{1}{32}; \end{aligned}$$

$$\text{c) } [(-4)^3]^2 + 16^4 : (-16)^2 = (-4)^6 + 16^4 : 16^2 = 4^6 + 16^2 = 4^6 + 16^2 = 4096 + 256 = 4352.$$

7.3. Ordinea efectuării operațiilor

Rezolvăm și comentăm

Calculați: $60 - 8 \cdot 50 + 2 \cdot 12^3$.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} &60 - 8 \cdot 50 + 2 \cdot 12^3 = \\ &= 60 - 8 \cdot 50 + 2 \cdot 1\,728 = \\ &= 60 - 400 + 2 \cdot 1\,728 = \\ &= 60 - 400 + 3\,456 = \\ &= -340 + 3\,456 = \\ &= 3\,116. \end{aligned}$$

Observați ordinea efectuării operațiilor.

Ce știm? Ce aflăm?

- Adunarea și scăderea sunt operații de ordinul I $\rightarrow 30 + 60 - 15 = 75$
- Înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul II $\rightarrow 7 \cdot 10 : 14 = 5$
- Ridicarea la putere este operație de ordinul III $\rightarrow 45 + 2 \cdot 3 - 14^2 = -145$

Rețineți!

- ◆ Într-o expresie cu paranteze efectuăm mai întâi operațiile din paranteze.
- ◆ Într-o expresie fără paranteze, doar cu operații de același ordin, efectuăm operațiile în ordinea în care sunt scrise.
- ◆ Dacă într-o expresie fără paranteze se întâlnesc operații de ordine diferite, efectuăm întâi operațiile de ordinul III, apoi operațiile de ordinul II și, în ultimul rând, operațiile de ordinul I.

O expresie matematică poate conține:

- paranteze rotunde ()
- paranteze drepte []
- acolade { }

• Efectuați:

$$\overset{④}{\{18 - [\overset{③}{6 - 5 \cdot (\overset{②}{20 - \overset{①}{18}})]\}} - \overset{⑤}{2\,010}.$$

Întâi efectuăm operațiile din parantezele rotunde, apoi operațiile din parantezele drepte, după care cele din acolade.

Exerciții și probleme



1. Membrii cercului de matematică au fost împărțiți în 4 grupuri. Fiecare grup a primit 4 seturi ce conțin câte 4 figuri geometrice. Câte figuri geometrice sunt în total?

2. Calculați oral.

a) Pentru fiecare dintre puteri precizați care este baza și care este exponentul:

$$4^5; (-3)^{28}; 0^4; 3^{10}; a^b; x^5; 16^y; 3^{2012}; (-2)^x; 1^{999}; 42^1; 18; (-16)^4; 4^0.$$

b) Există printre ele puteri cu aceeași bază? Dar cu același exponent?

3. Efectuați:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 458^0; & \text{b) } (-5)^4; & \text{c) } (-1)^{2011}; & \text{d) } 1^{2999}; \\ \text{e) } (-7)^3; & \text{f) } (-60)^2; & \text{g) } 10^4; & \text{h) } (-10)^7. \end{array}$$

4. a) Reproduceți și completați tabelul:

a	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4
-1					
1					
-2					
2					
-3					
3					
-4					
4					



b) Ce legități ați observat?

5. Calculați oral:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 1^3; & \text{b) } (-1)^3; & \text{c) } 1^4; \\ \text{d) } (-1)^4; & \text{e) } (-1)^{111}; & \text{f) } (-1)^{2020}. \end{array}$$

6. Scrieți:

- a) numărul 4 ca putere cu baza -2 ; b) numărul 9 ca putere cu baza -3 ;
c) numărul 8 ca putere cu exponentul 3; d) numărul 16 ca putere cu exponentul 2;
e) numărul -64 ca putere cu exponentul 3.

7. Comparați:

a) 2^5 ● $(-2)^5$;

c) $(-3)^4$ ● $(-9)^2$;



b) 6^2 ● $(-3)^4$;

d) 14^5 ● $(-2)^5$.

8. Scrieți rezultatul ca puteri ale unor numere întregi:

- a) $2^5 \cdot 2^7$; b) $(-5)^2 \cdot (-5)^5$; c) $(-3) \cdot (-3)^6$; d) $8^2 \cdot 8^5 \cdot 8^7$;
e) $2^3 \cdot 5^3$; f) $(-3)^6 : (-3)^4$; g) $10^{14} : 10^{12}$; h) $[(-3)^3]^4$;
i) $[(-1)^{11}]^4$; j) $[(-5)^2]^{10}$; k) $(-4)^8 \cdot (-5)^8$; l) $(2^5)^6$.

9. Efectuați:

a) $6 \cdot (-3) + 15 - 8^2$;

b) $12 : (-3) - 6 + (-10)^3$;

c) $(-5)^5 \cdot [6 - 2 \cdot (-18)]$;

d) $\{6 - (4 \cdot [(-2) - 10])\} + 8^2$.

10. Calculați:

- a) $144 : (-12) + 7 \cdot (-2)^3 + 2\,010$;
b) $(-88) : (-4) - 125 : (-5)^2 - 380$;
c) $\{6 - [282 \cdot (-1) - (44 : 11 - 18)]\} - 644$;
d) $25^2 : (-5)^2 - \{42 + 3 \cdot [6 - (3^3 \cdot 5 + 11)]\}$.

11. Rezolvați următoarea problemă populară rusă:

*Mergeau șapte bătrâni,
Fiecare bătrân ducea câte șapte toiege,
Pe fiecare toiag erau câte șapte noduri,
Pe fiecare nod erau câte șapte traiste,
În fiecare traistă erau câte șapte turte,
Iar în fiecare turtă erau câte șapte pomușoare.
Câte pomușoare erau în total?*

12. Calculați:

a) $[6 \cdot (-2) \cdot (-3)]^2$;

b) $(-3)^{10} : (-3)^5 \cdot (-3)^4$;

c) $(-10)^5 : [(-2)^3 : 5^3]$;

d) $[(-10)^3]^4 \cdot 10^6 : (-10)^{10}$.

13. Plasați paranteze drepte și paranteze rotunde astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

a) $24 : (-4) - 68 + (-4)^3 - 20 = -30$. b) $16 \cdot (-2)^3 - 44 - 78 - 30 = -124$.

14. Demonstrați că ultima cifră a pătratului unui număr poate fi 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.

15. Scrieți numerele ale căror pătrate sunt cuprinse între 11 și 101.

16. Completați cu un număr astfel încât egalitatea obținută să fie adevărată:

a) $4^3 = \square$; b) $(-9)^4 = \square$; c) $5^5 = \square$; d) $(-6)^3 = \square$.

17. **LUCRĂM ÎN PERECHI!**  Orдонаți:

a) crescător numerele:

-41 ; 12 ; -7 ; $(-3)^4$; -5^3 ; $(-3)^5$; 0 ; 25 ; $(2^3)^2$; $[(-3)^2]^3$;

b) descrescător numerele:

-1 ; $2\ 011$; -78 ; $(-4)^3$; $(-2)^6$; 2 ; -3^0 ; 14 ; $[(-1)^{14}]^{2020}$; $[(-2)^3]^2$.

18. Completați cu un număr natural astfel încât egalitatea să fie adevărată:

a) $2^3 \cdot 2^6 = 2^\square$; b) $(-5)^3 \cdot (-5)^4 = (-5)^\square$; c) $3^\square : 3^{11} = 3$;

d) $7^7 \cdot 7 = 7^\square$; e) $(-3)^3 \cdot (-3)^\square = (-3)^7$;

f) $(-4)^5 : (-4)^2 = (-4)^\square$; g) $(-2)^{25} : (-2)^\square = (-2)^{17}$.

19. Calculați utilizând proprietățile puterii:

a) $10^{12} : 10^9$; b) $(-12)^{18} : (-12)^{16}$; c) $(-7)^8 : (-7)^7$;

d) $2^7 : 2^3$; e) $5^3 \cdot (-2)^3$; f) $(-3)^2 \cdot 4^2$;

g) $(-2)^3 \cdot (-3)^3$; h) $(-10)^7 : (-10)^5$.

20. Calculați:

a) $78 - (-8 + 12 - 22) + 5 \cdot (-4)^2$; b) $10 \cdot (-2)^3 - 2 \cdot (16 - 20 - 30)$;

c) $-15 - [2 \cdot (-35 - 45) - 40] - 10^3$; d) $8^2 \cdot (-5)^2 - 20 \cdot [16 + (-20)] + 100$.

21. Fără a folosi semnele operațiilor matematice, scrieți cel mai mare număr posibil cu ajutorul:

a) a trei cifre de 2;

b) a trei cifre de 3.

22. Utilizând paranteze, creați un exercițiu cu numere întregi astfel încât rezolvarea lui să solicite efectuarea succesivă a operațiilor:

a) adunare, împărțire, înmulțire și ridicare la putere;

b) ridicare la putere, împărțire, scădere și încă o împărțire;

c) scădere, înmulțire, ridicare la putere și încă o scădere.

23. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{N}$ ecuația:

a) $x^2 = 4$;

b) $x^2 = -1$;

c) $x^3 = -8$.

§8 Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea $\mathbb{Z}$

Cercelăm și descoperim

1 Profesoara i-a propus lui Mihai să rezolve ecuația $4x + 12 = 0$ mai întâi în mulțimea $\mathbb{N}$, apoi în mulțimea $\mathbb{Z}$.

Să-l ajutăm pe Mihai să realizeze această sarcină.

Rezolvare:

În mulțimea $\mathbb{N}$:

$$4x + 12 = 0$$

$$4x = 0 - 12$$

$$4x = -12$$

$$x = -3 \notin \mathbb{N}$$

Răspuns: $S = \emptyset$.

În mulțimea $\mathbb{Z}$:

$$4x + 12 = 0$$

$$4x = 0 - 12$$

$$4x = -12$$

$$x = -3 \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $4 \cdot (-3) + 12 = 0$ (A)

Răspuns: $S = \{-3\}$.

Ecuția nu are soluție în $\mathbb{N}$.

Ecuția are soluție în $\mathbb{Z}$.



Ce știm? Ce aflăm?

A rezolva o ecuație într-o mulțime de numere înseamnă a afla soluția acestei ecuații astfel încât să aparțină mulțimii date.

Rezolvăm și comentăm

2 Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $x - 75 = -25$;

b) $x : (-8) = 9$;

c) $(-625) : x = 25$;

d) $81 \cdot x = -324$;

e) $3x - 81 = 6$;

f) $-2x + 92 = 4$.

Rezolvare:

a) $x - 75 = -25$

$$x = -25 + 75$$

$$x = 50 \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $50 - 75 = -25$ (A)

Răspuns: $S = \{50\}$.

b) $x : (-8) = 9$

$$x = 9 \cdot (-8)$$

$$x = -72 \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $(-72) : (-8) = 9$ (A)

Răspuns: $S = \{-72\}$.

c) $(-625) : x = 25$

$$x = (-625) : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square : \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

d) $81 \cdot x = -324$

$$x = \square : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square \cdot \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

e) $3x - 81 = 6$

$$3x = 6 + \square$$

$$3x = \square$$

$$x = \square : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square - \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

f) $-2x + 92 = 4$

$$-2x = 4 - \square$$

$$-2x = \square$$

$$x = \square : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square + \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

Aplicăm și comentăm

3 Rezolvați ecuația $2x + 5 = -1$ în mulțimea $A = \{-5, -3, 0, 1\}$.

Rezolvare:

Pentru $x = -5$, avem $2 \cdot (-5) + 5 = -1$ – *Fals*.

Deci, numărul -5 nu este soluție a ecuației.

Pentru $x = -3$, obținem $2 \cdot (-3) + 5 = -1$ – *Adevărat*.

Deci, numărul -3 este soluție a ecuației.

Pentru $x = 0$, avem $2 \cdot \square + 5 = -1$ – $\square$.

Deci, numărul 0 $\square$ soluție a ecuației.

Pentru $x = 1$, obținem $2 \cdot \square + 5 = -1$ – $\square$.

Deci, numărul 1 $\square$ soluție a ecuației.

Răspuns: $S = \{\square\}$.

Exerciții și probleme

1. Verificați care dintre elementele mulțimii $A = \{-5, -2, -1, 0, 4, 10\}$ este soluție a ecuației:

a) $-x - 4 = 1$;

b) $2x - 6 = -6$;

c) $(-200) : x = -20$;

d) $x \cdot (-15) = 30$;

e) $1 - 3x = x + 1$;

f) $10 + 2x = 0$.

2. Câte timbre a avut Ionela, dacă se știe că i-a dat Mariei 15 timbre și i-au mai rămas 44? Rezolvați problema prin ecuație.

3. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $x - 2 = -5$;

b) $y - 25 = 60$;

c) $z - 100 = -2\,012$.

4. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $x + 70 = -100$; b) $y + 8 = 2\,000$; c) $z + 29 = -718$.

5. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $3 \cdot x = 81$; b) $(-11) \cdot y = 121$; c) $(-35) \cdot z = -210$.

6. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $x : (-2)^3 = -20$; b) $y : 38 = 10^2$; c) $z : (-19) = -18$.

7. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $3x + 72 = 0$; b) $-8y + 2^3 \cdot 10^3 = 0$;
c) $22z + 440 = 0$; d) $2x + 7^2 = -11$;
e) $13 - 5x = 8$; f) $7x + 38 = 10$.

8. **LUCRĂM ÎN PERECHI!**  Scrieți și rezolvați ecuația:

- a) din numărul x scădem 13 și obținem -6 ;
- b) la numărul -26 adunăm $3x$ și obținem -5 ;
- c) împărțim numărul x la -8 și obținem 3;
- d) înmulțim numărul 12 la x și obținem -36 .

9. Scrieți și rezolvați ecuația utilizând datele din problemă:

- a) Ecaterina s-a gândit la un număr pe care l-a înmulțit cu 2, apoi a scăzut 15 din rezultat și în final a obținut 11. La ce număr s-a gândit Ecaterina?
- b) Victor s-a gândit la un număr pe care l-a împărțit la 3, a adunat la rezultat 4 și a obținut în final 25. La ce număr s-a gândit Victor?



10. **LUCRĂM ÎN PERECHI!**  Completați cu un număr întreg astfel încât ecuația obținută să aibă mulțimea soluțiilor indicată:

a) $\blacksquare x - 70 = 0$; $S = \{5\}$; b) $(-5)y - \blacksquare = 8$; $S = \{0\}$;
c) $\blacksquare : z = 84$; $S = \{-3\}$; d) $x : \blacksquare = 25$; $S = \{-100\}$.

11. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $3 \cdot (x + 7) = 12$; b) $-2 \cdot (x + 9) = -28$;
c) $5 \cdot (3 - 2x) = -10$; d) $2x : |-5| = 8$;
e) $32 : (-2x) = 1$; f) $7 \cdot (2 - x) = |-42|$.

12. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

a) $7x - 12 = |(-4)^2|$; b) $5 : z = |-5^0|$; c) $y : (-12) = |(-6)^3|$.

13. Rezolvați problema prin ecuație:

- a) O șalupă a parcurs 78 km pe un râu în direcția curentului de apă în 3 ore. Aflați viteza șalupei în apă stătătoare, dacă viteza curentului de apă este de 2 km/h.
b) Pentru 3 plăcinte și 2 pahare cu suc s-au plătit 30 de lei. Cât costă o plăcintă, dacă un pahar cu suc costă 6 lei?

14. **LUCRĂM ÎN GRUP!**



Proiect *Numere întregi în viața mea*. Clasa se împarte în grupuri a câte 6–8 elevi. Fiecare grup va prezenta un poster cu exemple de aplicare în viața cotidiană a numerelor întregi.

15. Pe trei rafturi sunt 129 de cărți. Pe raftul al doilea sunt cu 15 cărți mai multe decât pe primul raft, iar pe raftul al treilea – cu 12 cărți mai puține decât pe primul raft. Câte cărți sunt pe fiecare raft?

16. În trei lăzi sunt 45 kg de prune. În prima ladă sunt de 2 ori mai multe prune decât în lada a doua, iar în lada a treia sunt cu 3 kg mai puține decât în lada a doua. Câte kilograme de prune sunt în fiecare ladă?

17. Determinați ce este mai mare: x sau $3x$, dacă x este număr întreg care satisface inegalitatea $-3 \leq x \leq 2$.

18. Stabiliți ce este mai mare: x sau $-2x$, dacă x este număr întreg care satisface inegalitatea:

- a) $-5 \leq x < 0$; b) $-3 \leq x \leq 3$; c) $0 < x \leq 6$.

19. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

- a) $4 \cdot (x + 2) - 9 = -5$; b) $2 \cdot (3x + 4) - 10 = 28$;
c) $14 - |x - 6| = -23$; d) $-5 + |8 - 3x| = -21$;
e) $-3 \cdot |x + 8| + 7 = -20$; f) $7 \cdot (5 - 2x) - 42 = -28$.

20. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

- a) $|x| = 18$; b) $|x| = -2$;
c) $|2x - 3| = 7$; d) $|5 - 8x| = 35$.

21. Compuneți o problemă care să se rezolve prin ecuația:

- a) $3 - 5x = -7$; b) $-10x + 4 = -96$.



Să recapitulăm

2. Câte sensuri are axa numerelor? Argumentați.
4. Ce se numește modulul numărului întreg?
7. Dați exemple de utilizare a modulului numărului întreg.
10. Completați astfel încât să obțineți un enunț adevărat:
„Orice număr natural este mai mare decât ...”.
11. Ce cazuri putem avea la adunarea numerelor întregi?
Cum procedăm în fiecare caz?
12. Cum se scad numerele întregi?
13. Adevărat sau Fals?
a) $-7 - 5 = -2$;
b) $-120 - (-18) = -138$;
c) $82 - (-12) = 94$.
14. Care sunt regulile semnelor?
În ce cazuri aplicăm aceste reguli?
15. Cum se înmulțesc numerele întregi?
Cum se ridică un număr întreg la putere cu exponent număr natural?
16. Cum se împart numerele întregi?
17. Este adevărat că la împărțirea a două numere întregi întotdeauna obținem un număr întreg?
Formulați exemple.
18. Care sunt regulile de calcul cu puteri?
19. Ce proprietăți ale operațiilor cu numere întregi cunoașteți?
20. Care este ordinea efectuării operațiilor și semnificația parantezelor în calculele cu numere întregi?
21. Ce înseamnă a rezolva o ecuație în mulțimea $\mathbb{Z}$?
22. Dați câte un exemplu pentru fiecare dintre tipurile de ecuații studiate.
23. Compuneți câte o problemă pentru fiecare dintre tipurile de ecuații studiate.
24. Scrieți o ecuație care nu are soluții în mulțimea $\mathbb{Z}$.
1. Dați exemple de numere pozitive și numere negative din diverse domenii: fizică, biologie, geografie, istorie, literatura română, economie etc.
3. Care este opusul numărului:
a) $-2\,020$; b) $2\,021$; c) 0 ?
5. Ce distanță semnifică modulul unui număr întreg?
6. Care sunt proprietățile modulului?
9. Este oare adevărat enunțul:
„Orice număr natural este mai mare decât orice număr întreg”?

Exerciții și probleme recapitulative



1. Reprezentați pe axa numerelor punctele: $A(-2)$; $B(-7)$; $C(5)$; $D(2)$.
2. Construiți axa numerelor. Notați pe ea punctul $M(-2)$ și punctele situate pe axă la distanța de 7 unități de la punctul M . Scrieți coordonatele acestor puncte.
3. Ordonati descrescător numerele: -9 ; 3 ; 5 ; -4 ; 0 ; -10 ; 12 .
4. Calculați în modul cel mai rațional:
 - a) $-9 + (-13) + 17 + (-6) + 11$;
 - b) $14 + (-8) + (-25) + 12 + 7$;
 - c) $43 - 60 + 12 + 39 - 21$.
5. Aflați suma tuturor numerelor întregi situate pe axă între numerele -5 și 7 .
6. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:
 - a) $x + 7 = 3$;
 - b) $6 - x = 15$;
 - c) $-2 - x = -5$;
 - d) $16 - x = -4$;
 - e) $11 - x = 14$;
 - f) $-x + 4 = -9$.
7. Efectuați:
 - a) $(7 - 20) \cdot (-3 + 5)^2$;
 - b) $(-5 - 7)^2 : (-6 + 2)$;
 - c) $(-21)^3 : 7^3 + [42 : (-6)]$.

8. LUCRĂM ÎN PERECHI!



Reproduceți și completați tabelul:

a	4	-8	-1	5	-10
$-a - 3$					
$-5 + a^2$					
$a \cdot (-3)$					
$-5 \cdot a^3$					
$(-a)^4 \cdot 6$					



9. Calculați oral: Adevărat sau Fals?

Numerele a și b sunt întregi.

- a) Dacă $a = b$, atunci $|a| = |b|$.
- b) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$.
- c) Dacă $a = -b$, atunci $|a| = |b|$.
- d) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$ sau $a = -b$.



10. Completați cu numere potrivite astfel încât fiecare dintre ele, începând cu al treilea, să fie egal cu suma celor două numere precedente.

								2	0		
--	--	--	--	--	--	--	--	---	---	--	--

11. Calculați:
- $-7 + |-3| - (-4)^3 - 5^2$;
 - $4 + (-6) - |-4|^2 - 3^4$;
 - $(-2)^5 - |-5| + (-6) - (-2)^3 \cdot (-2)^2$.

12. LUCRĂM ÎN PERECHI!

Adevărat sau Fals?

Dacă a este un număr întreg negativ, atunci:

- $2 + a > 2$;
- $-3 + a > 0$;
- $a + a < a$;
- $a + a > 0$.



13. Calculați:

- $-52 : (19 - 32) - 2 \cdot [18 + 44 : (-11)]$;
- $[25 - 24 : (11 - 14)] \cdot [-9 + 8 : (27 - 35)]$;
- $(-3)^6 : (-3)^4 \cdot (12 - 3^2) - 2[4^2 + 11 : (-11)]$;
- $10^2 \cdot 10^5 : 10^3 \cdot (15 - 14)^{99} + 3[5^3 - (-2^2)^3]$.

14. Calculați:

- $\frac{98 \cdot (-40)}{-14 \cdot (20 - 4 \cdot 10)}$;
- $\frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot (-25) \cdot 6}{(-6^2)^2 \cdot (100 - 5 \cdot 15)}$.

15. Determinați ce este mai mare: $-x$ sau $2x$, dacă x este număr întreg care satisface inegalitatea:

- $-1 \leq x \leq 4$;
- $0 \leq x \leq 7$;
- $-5 \leq x \leq 2$.

16. LUCRĂM ÎN GRUP!

Folosind internetul, realizați un poster despre istoria numerelor întregi.

17. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația:

- $|x| + 3 = 8$;
- $|x| - 3 = 4$;
- $|x| - 6 = -8$;
- $15 - |x| = 9$;
- $|x + 3| = 1$;
- $|x - 7| = 10$.

18. Este oare divizibilă diferența $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 17 \cdot 18 - 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 17$:

- cu 5;
- cu 10?



Test sumativ

Temp efectiv de lucru:
45 de minute

Varianta I

1. Fie mulțimea $M = \{-6, 3, -2, -3, 5\}$.
 - a) Scrieți cel mai mare element al mulțimii M . **1**
 - b) Scrieți elementul mulțimii M care are cel mai mic modul. **1**
 - c) Scrieți elementele mulțimii M care au module egale. **1**
 - d) Scrieți în ordine crescătoare numerele: $(-6)^2$, 3^4 , $(-2)^5$, 5^2 , $(-3)^3$. **6**
2. Fie punctele $A(-4)$, $B(6)$, $C(-1)$, $D(3)$.
 - a) Reprezentați pe axă punctele A , B , C , D . **4**
 - b) Scrieți toate numerele întregi situate pe axă între numerele -1 și 3 . **3**
 - c) Ce coordonată are punctul F , dacă F este mijlocul segmentului AB ? **3**
3. Calculați:
 - a) $-75 + 39$; **2**
 - b) $-53 - 27$; **2**
 - c) $-15 \cdot 61 + (-5)^2 \cdot (-5)^3$; **4**
 - d) $-52 : (-4) + (-13)^5 : (-13)^3$. **4**
4. Rezolvați problema prin ecuație. **4**

Din cauza secetei, nivelul apei în lac a scăzut cu 16 cm. După ploaie, nivelul apei a crescut cu 9 cm și este de 658 cm. Care a fost nivelul apei în lac până la secetă?

Varianta II

1. Fie mulțimea $A = \{-4, -1, 2, -5, 4\}$.
 - a) Scrieți cel mai mic element al mulțimii A .
 - b) Scrieți elementul mulțimii A care are cel mai mare modul.
 - c) Scrieți elementele mulțimii A care au module egale.
 - d) Scrieți în ordine descrescătoare numerele: $(-5)^2$, 4^2 , $(-4)^3$, 2^5 , $(-1)^8$.
2. Fie punctele $M(-6)$, $N(1)$, $L(-3)$, $P(4)$.
 - a) Reprezentați pe axă punctele M , N , L , P .
 - b) Scrieți toate numerele întregi situate pe axă între numerele -3 și 1 .
 - c) Ce coordonată are punctul S , dacă S este mijlocul segmentului MP ?
3. Calculați:
 - a) $29 + (-18)$;
 - b) $-34 - 76$;
 - c) $-14 \cdot (-83) + (-4)^3 \cdot (-4)^2$;
 - d) $-72 : 18 + (-4)^{15} : (-4)^{12}$.
4. Rezolvați problema prin ecuație.

În noaptea de 10 februarie, temperatura a scăzut cu 12°C , iar în timpul zilei a crescut cu 4°C și era de 7°C . Ce temperatură a fost pe 9 februarie seara?

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	35-34	33-32	31-27	26-22	21-17	16-12	11-9	8-6	5-3	2-0

NUMERE RAȚIONALE

- 
- §1. Mulțimea numerelor raționale
 - §2. Rezolvarea problemelor în mulțimea numerelor raționale
 - §3. Mulțimi. Operații cu mulțimi

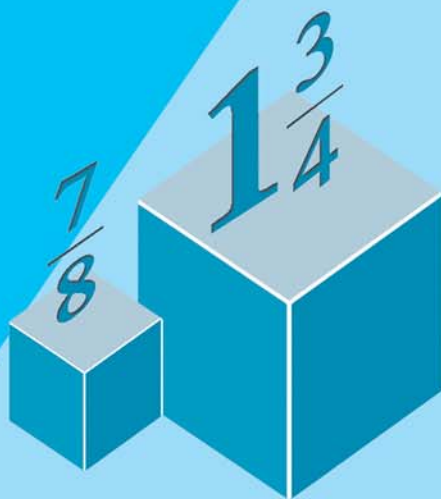
1

2



4

5



§1 Mulțimea numerelor raționale

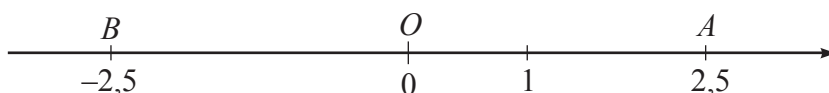
1.1. Noțiunea de număr rațional

Cercetăm și descoperim

• Petrică a văzut pe masa de lucru a mamei un document de contabilitate – darea de seamă săptămânală – și s-a mirat, deoarece dintre numerele negative el le știa doar pe cele întregi.

A meditat un pic și a desenat axa numerelor. A reprezentat pe această axă mai întâi punctul $A(2,5)$. Apoi a construit în stânga originii O segmentul OB , de aceeași lungime cu segmentul OA , și a scris $B(-2,5)$.

Data	Venituri. Cheltuieli (mii lei)
7.02	+25,7
8.02	-2,5
9.02	+17,3
10.02	+9,9
11.02	-3,2
12.02	+11,08



Numerele $-2,5$ și $2,5$ sunt opuse.

Numerele opuse numerelor zecimale pozitive sunt numerele zecimale negative!

Activitate practică

- 1 Desenai axa numerelor și notați cu O originea ei.
- 2 Reprezentați pe această axă punctele $M\left(\frac{1}{2}\right)$, $N\left(\frac{1}{4}\right)$, $D\left(\frac{3}{2}\right)$, $C\left(\frac{3}{4}\right)$.
- 3 Construiți în stânga lui O segmentul OF de aceeași lungime cu segmentul OM .
- 4 Scrieți coordonata punctului F .
- 5 Reprezentați pe aceeași axă punctele $K\left(-\frac{3}{4}\right)$, $E\left(-\frac{3}{2}\right)$, $G\left(-\frac{1}{4}\right)$.
- 6 Determinați perechile de numere opuse.

Numerele $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$; $-\frac{3}{4}$ sunt numere negative.

Ne antrenăm

• Selectați din mulțimea $\left\{5; 1\frac{3}{8}; -\frac{1}{5}; 2,3; -21; 21,1; -\frac{5}{3}; -3; -0,7\right\}$:

a) numerele întregi; b) fracțiile și numerele mixte; c) numerele zecimale.

Rezolvare:

Numerele întregi

5	-21	-3
$\frac{5}{1}$	$\frac{-21}{1}$	$\frac{-3}{1}$

Fracțiile
și numerele mixte

$1\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{5}{3}$
$\frac{11}{8}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-5}{3}$

Numerele zecimale

2,3	-0,7	21,1
$\frac{23}{10}$	$\frac{-7}{10}$	$\frac{211}{10}$

Toate aceste numere sunt numere raționale.



Rețineți!

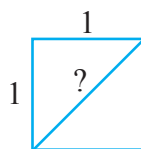
Număr rațional se numește acel număr care poate fi scris sub forma $\frac{m}{n}$, unde $m \in \mathbb{Z}$, iar $n \in \mathbb{N}^*$.

Mulțimea numerelor raționale se notează prin $\mathbb{Q}$.

ESTE INTERESANT!

Mult timp, numerele raționale nu aveau nume. Ele nu au fost denumite până nu au apărut alte tipuri de numere.

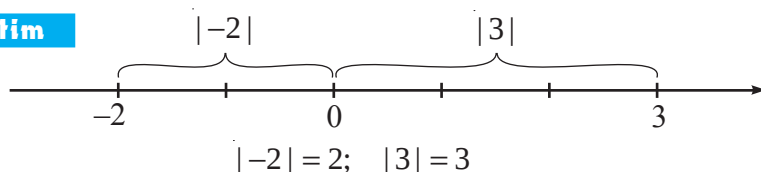
Matematicienii din Grecia antică au depistat că pentru a măsura lungimea diagonalei unui pătrat cu latura de lungime 1, nu sunt de ajuns numerele întregi și fracțiile. Ei au denumit numerele noi, necunoscute – numere iraționale, iar cele deja cunoscute – numere raționale.



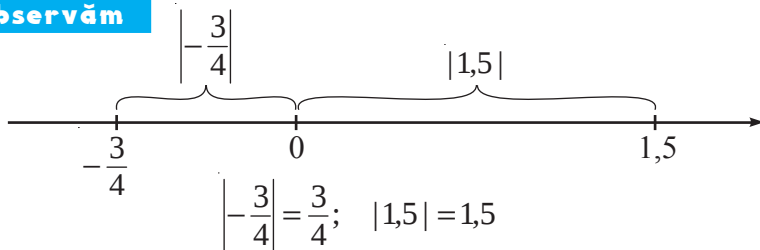
1.2. Modulul numărului rațional



Ne amintim



Cercelăm și observăm



Rețineți!

Distanța de la originea O la punctul $A(a)$, $a \in \mathbb{Q}$, este **modulul** sau **valoarea absolută** a numărului rațional a și se notează $|a|$.

Aplicăm

• Analizați și completați:

$$\begin{array}{llll}
 |-\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}; & |5,3| = 5,3; & |-5,23| = \boxed{}; & |1\frac{3}{5}| = \boxed{}; \\
 |-0,01| = \boxed{}; & |-\frac{7}{8}| = \boxed{}; & |\frac{7}{8}| = \boxed{}; & |0| = \boxed{}.
 \end{array}$$



Rețineți!

Pentru orice număr rațional a :

$$\begin{array}{lll}
 \bullet |a| \geq 0 & \bullet |a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} & \bullet |-a| = |a|
 \end{array}$$

1.3. Forme de reprezentare a numerelor raționale

Cercelăm și descoperim

1 Mihai a scris numerele $1\frac{1}{4}$; $\frac{10}{8}$; $1,25$ și le-a spus colegilor că ele reprezintă unul și același număr rațional. El a explicat astfel:

$$1\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4 + 1}{4} = \boxed{\frac{5}{4}}; \quad \frac{10}{8} = \frac{10 : 2}{8 : 2} = \boxed{\frac{5}{4}}; \quad 1,25 = \frac{125}{100} = \frac{125 : 25}{100 : 25} = \boxed{\frac{5}{4}}.$$



Analizați și completați:

1) Scrieți ca fracție numărul zecimal: a) $3,16$; b) $10,035$.

Metoda I

a) $3,16 = 3\frac{16}{100} = 3\frac{4}{25} = \frac{79}{25}$;

b) $10,035 = 10\frac{35}{1000} = 10\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$.

Metoda II

a) $3,16 = 3\frac{16}{100} = \frac{316}{100} = \frac{79}{25}$;

b) $10,035 = 10\frac{35}{1000} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$.

2) Scrieți fracția sub formă de număr zecimal finit:

a) $\frac{13}{8}$;

b) $-\frac{17}{25}$.

a) $\frac{13}{8} = 1,625$

Efectuăm
împărțirea

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 8 \\ \hline 50 \\ - 48 \\ \hline 20 \\ - 16 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

b) $-\frac{17}{25} = -$

Efectuăm
împărțirea

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 0 \\ \hline 170 \\ - 170 \\ \hline 0 \end{array}$$

Lucrăm în perechi!



3 Scrieți patru fracții cu numitorii 5, 7, 16 și 9. Apoi scrieți fiecare fracție sub formă de număr zecimal finit, dacă este posibil. Ce ați observat?



Rețineți!

Dacă în descompunerea în factori primi a numitorului unei fracții ireductibile apar numai cifrele 2 și 5, atunci această fracție poate fi transformată într-un număr zecimal finit.

1.4. Compararea numerelor raționale

Cercetăm și descoperim

1 Radu și Mihai îl ajută pe bunic să sape un lot. Radu a săpat $0,4$ din lot, iar Mihai $-\frac{3}{8}$ din lot. Care dintre nepoți a săpat mai mult?

Rezolvare:

Comparăm numerele $0,4$ și $\frac{3}{8}$.



Metoda I

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \quad \bullet \quad \frac{3}{8}$$

$$\frac{16}{40} \quad \bullet \quad \frac{15}{40}$$

$$16 > 15$$



Metoda II

$$\frac{3}{8} = 0,375$$

$$0,4 \quad \bullet \quad 0,375$$

Răspuns: 16 a săpat mai mult.



Rețineți!

Numerele raționale pozitive se compară ca și fracțiile sau numerele zecimale pozitive.

2 Comparați numerele:

a) $-\frac{7}{12}$ și $-\frac{9}{16}$;

b) $0,23$ și $-\frac{11}{19}$;

c) $-7\frac{1}{8}$ și 0 .

Rezolvare:

a) $-\frac{7}{12} \quad \bullet \quad -\frac{9}{16}$

schimbăm
semnul

$$\left| -\frac{7}{12} \right| \quad \bullet \quad \left| -\frac{9}{16} \right|$$

$$\frac{7}{12} \quad \bullet \quad \frac{9}{16}$$

$$\frac{14}{24} \quad \bullet \quad \frac{13,5}{24}$$

$$14 > 13,5$$

Dintre două numere negative, este mai mare numărul cu modulul mai mic.

b) $0,23 > -\frac{11}{19}$

c) $-7\frac{1}{8} < 0$

Orice număr negativ este mai mic decât orice număr pozitiv sau decât zero.

1.5. Rotunjirea numerelor raționale



Ne amintim

De ziua ei, Ana a fost anunțată că la oficiul poștal o așteaptă un colet trimis de prietena ei din Anglia.

Coletul cântărește 3 livre.
Va avea oare Ana nevoie de ajutorul fratelui său pentru a aduce coletul acasă?

$$1 \text{ livră} = 0,45359237 \text{ kg}$$

Rezolvare:

$$1 \text{ livră} = 0,45359237 \text{ kg} \approx 0,5 \text{ kg}$$

rotunjim până la zecimi

$$0,5 \cdot 3 = 1,5 \text{ (kg)}$$

$$3 \text{ livre} \approx 1,5 \text{ kg.}$$

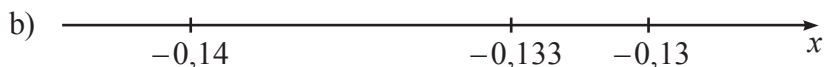
Răspuns: Ana va putea aduce singură coletul acasă.



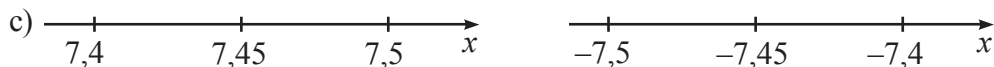
Cercetăm și descoperim



$$5,27 \approx 5,3$$



$$-0,133 \approx -0,13$$



$$7,45 \approx 7,5$$

$$-7,45 \approx -7,4$$

Rețineți!

- ① Rotunjirea numărului rațional până la ordinul dat este un număr de ordinul dat, situat pe axă cel mai aproape de numărul rațional dat.
- ② Dacă numărul rațional este situat pe axă la distanțe egale de două numere consecutive de ordinul la care se face rotunjirea, atunci rotunjirea este cel mai mare dintre aceste două numere.

Rezolvăm

- Analizați și continuați:

Numărul rațional	Rotunjirea		
	până la unități	până la zecimi	până la sutimi
0,813	1	0,8	0,81
$2\frac{19}{40}$	2	2,5	2,48
-1,365	-1	-1,4	-1,36
-22,727			
0,188			
$-6\frac{2}{5}$			
$12\frac{1}{8}$			



1.6. Adunarea și scăderea numerelor raționale

Rezolvăm

1 Elicopterul a coborât în zbor mai întâi 50,6 m, apoi s-a ridicat 102,3 m. Cum s-a schimbat înălțimea de zbor a elicopterului după aceste manevre?



Rezolvare:

$$-50,6 + 102,3 = +51,7 \text{ (m)}.$$

Răspuns: Înălțimea de zbor s-a mărit cu 51,7 m.

Cercelăm și descoperim

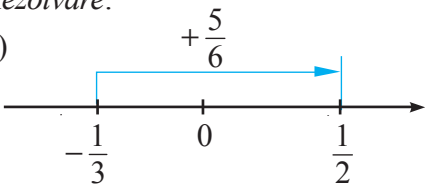
2 Efectuați:

a) $-\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$;

b) $-0,2 + (-1,4)$.

Rezolvare:

a)



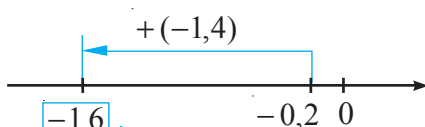
$$-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3} \quad \left| \frac{5}{6} \right| = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$$

b)



$$-0,2 + (-1,4) = -1,6$$

$$|-0,2| = 0,2 \quad |-1,4| = 1,4$$

$$0,2 + 1,4 = 1,6$$

$$-0,2 + (-1,4) = -1,6$$

Rețineți!

- ① Pentru a aduna două numere raționale cu același semn, adunăm modulele acestora și rezultatului îi atribuim semnul lor comun.

$$-\frac{1}{2} + \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}; \quad 0,25 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

- ② Pentru a aduna două numere raționale cu semne diferite:

1) din modulul mai mare scădem modulul mai mic;

2) rezultatului îi atribuim semnul numărului cu modulul mai mare.

$$-3\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = -\frac{7}{2} + \frac{1}{10} = -3\frac{2}{5}.$$

③ Efectuați:

a) $-12,78 - 8,56$; b) $-\frac{5}{9} - \left(-\frac{7}{12}\right).$

Rezolvare:

a) $-12,78 - 8,56 =$
 $= -12,78 + (-8,56) =$
 $= -\boxed{}.$

b) $-\frac{5}{9} - \left(-\frac{7}{12}\right) = -\frac{5}{9} + \frac{7}{12} =$
 $= -\frac{\boxed{}}{36} + \frac{\boxed{}}{36} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}.$

Rețineți!

Pentru a scădea două numere raționale, adunăm descăzutul cu opusul scăzătorului:

$$a - b = a + (-b).$$

Observație. Suma și diferența a două numere raționale este un număr rațional.

1.7. Proprietățile adunării

Cercelăm și descoperim

LUCRĂM ÎN PERECHE!



1 Reproduceți și completați tabelul:

a	b	$a+b$	$b+a$
$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$		
$-0,4$	$-2,7$		



• Concluzia: $a+b =$

2 Reproduceți și completați tabelul:

a	b	c	$a+(b+c)$	$(a+b)+c$
$\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$		
$-0,03$	$-0,75$	$-0,25$		



• Concluzia: $a+(b+c) =$

3 Efectuați:

a) $\frac{5}{11} + 0 =$; b) $-\frac{2}{7} + 0 =$; c) $0 + (-0,15) =$.

• Trageți concluzia.

4 Efectuați:

a) $-\frac{3}{17} + \frac{3}{17} =$; b) $0,31 + (-0,31) =$; c) $\frac{2}{13} + \left(-\frac{2}{13}\right) =$.

• Trageți concluzia.

Generalizăm

Proprietățile adunării numerelor raționale

1° Adunarea numerelor raționale este comutativă:

$$a+b = b+a, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{Q}.$$

2° Adunarea numerelor raționale este asociativă:

$$a+(b+c) = (a+b)+c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

3° 0 este element neutru la adunarea numerelor raționale:

$$a+0 = 0+a = a, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{Q}.$$

4° Pentru orice număr rațional a există opusul lui, notat $-a$, astfel încât

$$a+(-a) = -a+a = 0.$$

Aplicăm

Continuați rezolvarea exercițiului:

a) $-\frac{4}{15} + \left(-\frac{1}{7}\right) + \frac{4}{15} = -\frac{4}{15} + \frac{4}{15} + \left(-\frac{1}{7}\right) = 0 + \left(-\frac{1}{7}\right) = -\frac{\quad}{\quad};$

b) $(0,01 + (-3,2)) + 3,2 = 0,01 + (\quad + \quad) = 0,01 + \quad = \quad.$

1.8. Desfacerea parantezelor

Cercetăm și descoperim

- 1 Efectuați: a) $7,1 + (2,9 + 3,1);$ b) $7,1 + 2,9 + 3,1;$
 c) $6,3 + (-5,3 + 2,2);$ d) $6,3 - 5,3 + 2,2.$

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

a) $7,1 + (2,9 + 3,1) = 7,1 + \quad = \quad.$ b) $7,1 + 2,9 + 3,1 = \quad.$

$a + (b + c) = a + b + c,$ pentru orice $a, b, c \in \mathbb{Q}.$

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

c) $6,3 + (-5,3 + 2,2) = 6,3 + (\quad) = \quad.$ d) $6,3 - 5,3 + 2,2 = \quad.$

$a + (-b + c) = a - b + c,$ pentru orice $a, b, c \in \mathbb{Q}.$

Generalizăm

La desfacerea parantezelor în fața cărora este semnul „+”, păstrăm semnele tuturor termenilor din paranteze:

$+(a - b + c) = a - b + c.$

Aplicăm

2 Calculați: $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{2} - 2\right).$

Analizați și continuați rezolvarea:

$-\frac{1}{2} + \left(\ominus \frac{3}{2} \ominus 2\right) = -\frac{1}{2} \oplus \frac{3}{2} \oplus 2 = \quad \oplus 2 = \quad.$

Cercetăm și descoperim

- 3 Efectuați: a) $\frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{6} - 9\right);$ b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} + 9;$
 c) $0,03 - (0,03 + 2,72);$ d) $0,03 - 0,03 - 2,72.$

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

$$a) \frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{6} - 9\right) = \frac{5}{6} - (\text{■}) = \text{■}; \quad b) \frac{5}{6} + \frac{1}{6} + 9 = \text{■} + 9 = \text{■}.$$

$$a - (-b - c) = a + b + c, \quad a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

$$c) 0,03 - (0,03 + 2,72) = 0,03 - \text{■} = \text{■};$$

$$d) 0,03 - 0,03 - 2,72 = \text{■} - 2,72 = \text{■}.$$

$$a - (b + c) = a - b - c, \quad a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Generalizăm

La desfacerea parantezelor în fața cărora este semnul „-”, schimbăm semnul fiecărui termen din paranteze:

$$-(a + b - c) = -a - b + c.$$

Aplicăm

4 Calculați: $0,1 - (-0,9 + 101)$.

Analizați și continuați rezolvarea:

$$0,1 - (-0,9 + 101) = 0,1 + 0,9 \text{ ● } 101 = \text{■} \text{ ● } 101 = \text{■}.$$

1.9. Înmulțirea și împărțirea numerelor raționale

Cercetăm și descoperim

1 Temperatura corpului unui liliac poate să coboare până la $-6,6^\circ\text{C}$. Aflați până la câte grade poate coborî temperatura corpului unei șopârle, dacă se știe că ea reprezintă $\frac{2}{3}$ din temperatura minimală a corpului liliacului.



Rezolvare:

$$-6,6 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{66}{10} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{44}{10} = -4,4 \text{ (grade Celsius).}$$

Răspuns: $-4,4^\circ\text{C}$.

Rețineți!

Produsul a două numere raționale a și b este pozitiv dacă numerele a și b au același semn.

$$\begin{aligned} (+) \cdot (+) &= + \\ (+) \cdot (-) &= - \\ (-) \cdot (+) &= - \\ (-) \cdot (-) &= + \end{aligned}$$

Produsul a două numere raționale a și b este negativ dacă numerele a și b au semne diferite.

Aplicăm

2 Calculați: a) $-1,2 \cdot (-17,5)$; b) $-\frac{3}{4} \cdot 1\frac{7}{9}$.

Analizați și continuați:

a) $-1,2 \cdot (-17,5) = \square \cdot \square = \square$;

b) $-\frac{3}{4} \cdot 1\frac{7}{9} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{\square}{\square} = -\frac{\square}{\square}$.

Observație. Produsul a două numere raționale este un număr rațional.

Cercetăm și descoperim

3 Temperatura aerului ziua a fost de $-8,5^\circ\text{C}$, ceea ce reprezintă $\frac{5}{6}$ din temperatura care a fost noaptea. Ce temperatură a fost noaptea?

Rezolvare:

$$-8,5 : \frac{5}{6} = -8,5 \cdot \frac{6}{5} = -\frac{85}{10} \cdot \frac{6}{5} = -10,2 \text{ (grade Celsius).}$$

Răspuns: $-10,2^\circ\text{C}$.



Rețineți!

Câtul a două numere raționale a și b este pozitiv dacă numerele a și b au același semn.

$$\begin{aligned} (+) : (+) &= + \\ (-) : (-) &= + \\ (-) : (+) &= - \\ (+) : (-) &= - \end{aligned}$$

Câtul a două numere raționale a și b este negativ dacă numerele a și b au semne diferite.

Aplicăm

4 Calculați: a) $-1\frac{3}{7} : \left(-\frac{5}{21}\right)$; b) $0,2 : (-1,1)$.

Analizați și continuați:

a) $-1\frac{3}{7} : \left(-\frac{5}{21}\right) = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \square$;

b) $0,2 : (-1,1) = -\square : \square = -\square$.

Observație. Câtul a două numere raționale este un număr rațional.

Rețineți!

Pentru orice număr rațional nenul a există inversul lui notat cu $\frac{1}{a}$, astfel încât $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$.

1.10. Proprietățile înmulțirii numerelor raționale

Cercetăm și descoperim

LUCRĂM ÎN PERECHI!



1 Reproduceți și completați tabelul:

a	b	$a \cdot b$	$b \cdot a$
-0,8	1,5		
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{7}$		
1	-1,23		
$-\frac{9}{17}$	1		



Concluzie: $a \cdot b = \square \cdot \square$;

$a \cdot 1 = 1 \cdot a = \square$.

2 Substituiți numerele a, b și c cu numere raționale arbitrare și verificați proprietățile:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q};$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q};$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Rețineți!

Proprietățile înmulțirii numerelor raționale

1° Înmulțirea numerelor raționale este comutativă:

$$a \cdot b = b \cdot a, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{Q}.$$

2° Înmulțirea numerelor raționale este asociativă:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

3° 1 este element neutru la înmulțirea numerelor raționale:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{Q}.$$

4° Înmulțirea numerelor raționale este distributivă față de adunare și scădere:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Proprietatea 4° reprezintă regula scoaterii factorului comun și regula desfacerii parantezelor.

Scoaterea factorului comun

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Desfacerea parantezelor

Aplicăm

• Calculați în modul cel mai rațional, utilizând proprietățile înmulțirii:

a) $-\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{5}$; b) $-2,7 \cdot 0,54 - 2,7 \cdot 0,46$; c) $-\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{8}{9}\right)$.

Analizați și continuați calculele:

a) $-\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{5} = -\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{13} = -\boxed{} \cdot \frac{7}{13} = -\frac{\boxed{}}{13}$;

b) Scoatem factorul comun $-2,7$:

$$-2,7 \cdot 0,54 - 2,7 \cdot 0,46 = -2,7 \cdot (0,54 \oplus 0,46) = -2,7 \cdot \boxed{} = -\boxed{};$$

c) Desfacem parantezele:

$$\boxed{-\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{8}{9}\right) = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = -\boxed{} + \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{\boxed{} \cdot \boxed{}} = -\boxed{} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = -\frac{\boxed{}}{\boxed{}}.$$

Știți tot utilizează proprietățile înmulțirii pentru a efectua calcule rapide:

$$3\frac{2}{5} \cdot 5 = \left(3 + \frac{2}{5}\right) \cdot 5 = 15 + 2 = 17;$$

$$12 \cdot 1,5 = 12 \cdot (1 + 0,5) = 12 + 6 = 18.$$

Încercați și voi:

$$2\frac{2}{3} \cdot 6 = \left(\boxed{} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right) \cdot 6 = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{};$$

$$14 \cdot 2,5 = 14 \cdot (\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}.$$



1.11. Aflarea unei fracții dintr-un număr

Observăm și descoperim

1 La școala de magie și vrăjitorie unde învață Harry Potter erau 142 de scări, dintre care $\frac{12}{71}$ erau fermecate și își schimbau direcția.

Câte scări fermecate erau la școala de magie și vrăjitorie?

Rezolvare:

$$(142 : 71) \cdot 12 = 24 \text{ (scări).}$$

Răspuns: 24 de scări.



Ne amintim

Pentru a afla o fracție dintr-un număr:

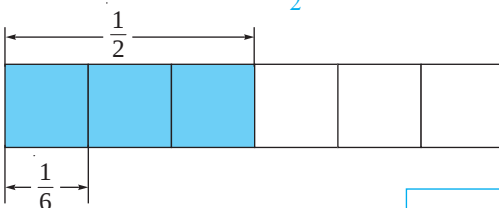
- ① împărțim acest număr la numitorul fracției;
- ② înmulțim rezultatul obținut cu numărătorul fracției.



Aplicăm

a) $\frac{5}{7}$ din 21 este $(21 : 7) \cdot 5 = 15$ sau $21 \cdot \frac{5}{7} = \frac{21 \cdot 5}{7} = 15$;

b) $\frac{3}{8}$ din 12 este $12 \cdot \frac{3}{8} = \frac{12 \cdot 3}{8} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$;

c) 
 $\frac{1}{3}$ din $\frac{1}{2}$ este $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Rețineți!

Pentru a afla o fracție dintr-un număr, înmulțim numărul cu fracția dată.

Rezolvăm și explicăm

2 Ilie a cheltuit $\frac{3}{4}$ din banii de pe contul telefonului său mobil.

$\frac{2}{3}$ din banii cheltuiți au fost utilizați pentru a transmite SMS-uri. Ce parte din banii de pe contul telefonului mobil a cheltuit Ilie pentru transmiterea SMS-urilor?

Rezolvare:

$\frac{2}{3}$ din $\frac{3}{4}$ este egal cu $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}$.

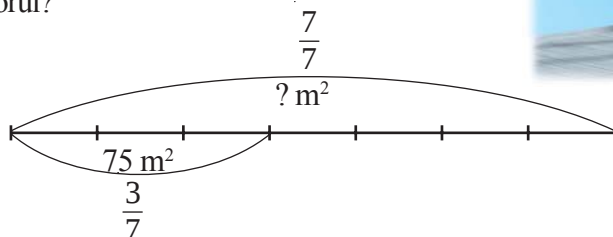
Răspuns: $\frac{\quad}{\quad}$ din banii de pe contul telefonului mobil.



1.12. Aflarea numărului după fracția dată

Cercetăm și descoperim

1 Într-o zi, un muncitor a zugrăvit 75 m^2 de perete, ceea ce constituie $\frac{3}{7}$ din suprafața totală care trebuie zugrăvită. Ce suprafață trebuie să zugrăvească muncitorul?



$75 : 3 = 25 \text{ (m}^2\text{)}$ – constituie o parte;

$25 \cdot 7 = 175 \text{ (m}^2\text{)}$ – este toată suprafața.

Rezolvarea poate fi scrisă astfel: $(75 : 3) \cdot 7 = 175 \text{ (m}^2\text{)}$ sau $75 : \frac{3}{7} = 175 \text{ (m}^2\text{)}$.

Rețineți!

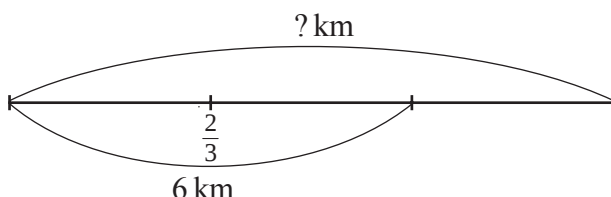
Pentru a afla un număr după o fracție, împărțim acest număr la fracția dată.

Lucrăm în perechi!

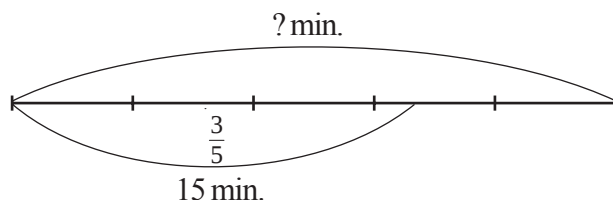


Compuneți și rezolvați probleme utilizând datele din desen.

2



3



1.13. Puterea numărului rațional cu exponent număr natural



Ne amintim

Angajaților unei firme li s-a propus o modalitate originală de remunerare a muncii: în cazul în care angajatul lucrează o oră pe zi, atunci el primește doar 2 lei. Fiecare din următoarele ore asigură dublarea remunerării. Care va fi remunerarea zilnică a unui angajat dacă acesta lucrează 8 ore?

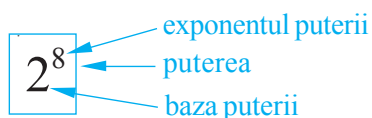
Rezolvare:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^8 = 256 \text{ (lei)}.$$

Răspuns: 256 de lei.



Calculați suma de bani pe care o va pierde angajatul dacă va pleca de la serviciu cu o oră mai devreme.



Citim:
doi la puterea a opta.

Cercetăm și descoperim

$$(1,5)^3 = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 3,375;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81};$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32.$$



Rețineți!

Puterea numărului rațional a cu exponentul n , $n \in \mathbb{N}^*$, este produsul a n factori, fiecare fiind egal cu a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ ori}}$$

$$\begin{array}{l|l} a^1 = a & a^0 = 1 \\ a \in \mathbb{Q} & a \in \mathbb{Q}^* \\ 0^0 - n\text{-are sens} \end{array}$$

Lucrăm în perechi!



Determinați semnul puterii:

$$(-1,73)^4 \text{ } \bullet \text{ } 0;$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^6 \text{ } \bullet \text{ } 0;$$



$$\left(-\frac{7}{9}\right)^7 \text{ } \bullet \text{ } 0;$$

$$(-0,03)^3 \text{ } \bullet \text{ } 0.$$

• Trageți concluzia

Rezolvăm

• Analizați, reproduceți și completați tabelul:

Produsul	Puterea	Baza puterii	Exponentul puterii	Valoarea puterii
$(-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2)$	$(-0,2)^3$	-0,2	3	-0,008
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$				
		$-\frac{2}{3}$	4	
	$\left(1\frac{1}{2}\right)^5$			



1.14. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor

Rețineți!

- ① Într-un exercițiu de calcul ce conține mai multe operații cu numere raționale se efectuează:
 - mai întâi ridicările la putere;
 - apoi înmulțirile și împărțirile în ordinea în care sunt scrise;
 - apoi adunările și scăderile în ordinea în care sunt scrise.
- ② În exercițiile de calcul care conțin paranteze se efectuează:
 - mai întâi calculele din parantezele rotunde;
 - apoi cele din parantezele drepte;
 - apoi cele din acolade.

Aplicăm

$$\begin{aligned} \text{a) } -6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} + \left(-2\frac{1}{4}\right)^2 &= -\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} + \left(-\frac{\square}{\square}\right)^2 = -\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \\ &= -\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = -\frac{\square}{\square} = -\frac{\square}{\square}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 26 \cdot (-2)^3 - \left\{ 3\frac{1}{2} + 5 \cdot \left[0,5 - 2 \cdot \left(5\frac{1}{3} + 7\frac{2}{3} \right) \right] \right\} &= \\ = \square \cdot \square - \{ \square + 5 \cdot [0,5 - 2 \cdot \square] \} &= \square - \square = \square. \end{aligned}$$

Exerciții și probleme



1. Reprezentați pe axa numerelor punctele: $A(2)$; $B(-1,5)$; $C\left(-2\frac{1}{4}\right)$; $D\left(\frac{5}{4}\right)$.
2. Scrieți opusele numerelor: $5, 1$; $-0,25$; $-\frac{7}{8}$; $1\frac{3}{7}$; $2,7$; $-3\frac{1}{9}$.
3. Aflați:
 - a) $-a$, dacă $a \in \{-3, 1; 1\frac{5}{6}; -2,03; 0\}$;
 - b) b , dacă $-b \in \{-6, 2; 3\frac{1}{3}; -0,1; \frac{29}{28}\}$;
 - c) $-(-c)$, dacă $c \in \{\frac{13}{15}; -1,3; -2,52; 0\}$.

4. Reproduceți tabelul și scrieți în fiecare celulă semnul „ $\in$ ”, dacă numărul aparține mulțimii indicate, sau semnul „ $\notin$ ”, dacă numărul nu aparține acestei mulțimi:

-3,5	$1\frac{1}{6}$	-21	37	0	$-\frac{7}{11}$	0,003	
							N
							$\mathbb{Z}^*$
							$\mathbb{Q}_+$
							$\mathbb{Q}_-$



5. Scrieți toate numerele întregi situate pe axă între numerele:

a) 3,7 și 5,1; b) -0,135 și 1,02; c) $-1\frac{2}{3}$ și $1\frac{1}{3}$; d) $-\frac{15}{4}$ și $\frac{8}{3}$.

6. Aflați oral modulul numărului:

a) 1,3; b) $-\frac{1}{12}$; c) -0,25; d) $1\frac{3}{5}$; e) $\frac{7}{9}$; f) $-4\frac{6}{11}$.

7. Aflați $|a|$, dacă: a) $a = -2,3$; b) $a = \frac{31}{48}$; c) $a = -7\frac{2}{7}$; d) 0,75.

8. Calculați valoarea expresiei:

a) $|-7,2| + |3,4|$; b) $|-1,7| - |-0,8|$; c) $|-1,6| \cdot |-6,4|$;
d) $|\frac{-5}{12} + \frac{3}{16}|$; e) $|\frac{-5}{6} \cdot \frac{3}{20}|$; f) $|-56| : |0,7|$.

9. Scrieți sub formă de fracție ireductibilă numărul zecimal:

a) 12,2; b) 0,25; c) 0,05; d) -3,08;
e) 0,875; f) -0,48; g) -1,92; h) 0,375.

10. Scrieți numărul zecimal sub formă de număr mixt (fracție în care sunt scoși întregii):

a) 1,5; b) -3,2; c) 5,25; d) -3,125; e) -7,005; f) 4,0125.

11. Scrieți sub formă de număr zecimal fracția:

a) $\frac{7}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{18}{5}$; e) $\frac{11}{4}$; f) $\frac{7}{20}$; g) $\frac{1}{25}$.

12. Comparați oral numerele:

a) -1,1 $\bullet$ -1,09; b) $-\frac{5}{7}$ $\bullet$ $-\frac{9}{14}$;
c) 0,2 $\bullet$ 0,2011; d) 2,67 $\bullet$ $2\frac{13}{20}$.



13. Ordonați crescător numerele: -4,9; $2\frac{1}{3}$; 2,3; -4,901; $-2\frac{1}{2}$; -2,6; 0.

14. Ordonați descrescător numerele: -3,7; 0; 5,11; $-3\frac{3}{5}$; 0,12; $5\frac{14}{125}$.

15. Completați cu o cifră potrivită:

a) $-2,02 < -2, \blacksquare 1$; b) $-3,4 \blacksquare 6 > -3,415$;
c) $-11,1 \blacksquare < -11,18$; d) $-2 \blacksquare ,09 < -27,1$.

16. Între care numere întregi consecutive este situat pe axă numărul:

- a) $5\frac{3}{11}$; b) $-2\frac{9}{13}$; c) $-9,3$; d) $-11\frac{2}{3}$; e) $0,324$; f) $-0,12$?

Model:

$$3 < 3\frac{1}{3} < 4.$$

17. **Lucram în perechi!**



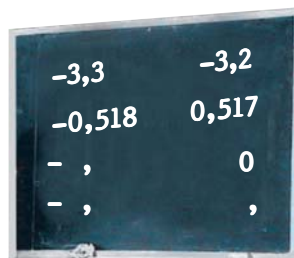
Profesorul a scris pe tablă câteva exerciții de comparație, însă în timpul recreației cineva a șters unele cifre. La lecție, profesorul le-a spus elevilor că numerele pot fi comparate și fără a restabili situația inițială. Comparați:

- a) $-3,3$ și $-3,2$;

- b) $-0,518$ și $-0,517$;

- c) $-$ și 0 ;

- d) $-$ și $,$.



18. Comparați oral:

- a) $|-1,6|$ și 0 ;

- b) $|\frac{-3}{8}|$ și $-\frac{3}{8}$;

- c) $1,56$ și $|-1,56|$;

- d) $-0,09$ și $|-0,001|$.



19.



$v \approx 15,23$ km/min.



$v \approx 15,47$ km/min.

a) Până la ce ordin sunt rotunjite vitezele avioanelor din imagini?

b) Transformați în km/oră vitezele avioanelor și rotunjiți rezultatele obținute până la unități.

20. Rotunjiți: a) până la zecimi numerele: $3,46$; $-2,17$; $0,052$; $-1,65$;

b) până la sutimi numerele: $25,729$; $-31,047$; $-0,171$; $6,725$.

21. **Lucram în perechi!**



Reproduceți și completați tabelul:

Numărul	Rotunjirea numărului până la		
	unități	zecimi	sutimi
2,365			
-1,884			
-61,753			
0,644			
2,172			



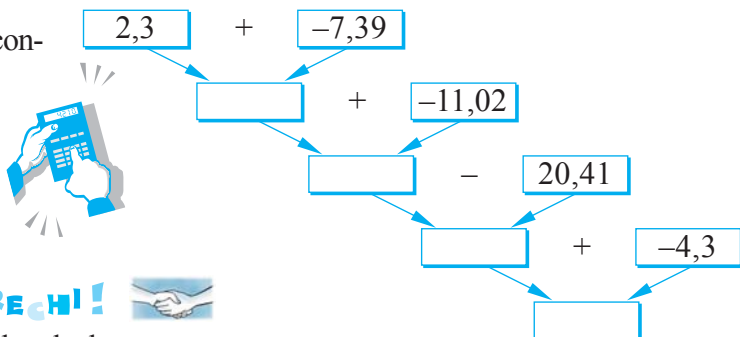
22. Completați cu o cifră potrivită:

- a) $21,5 \blacksquare \approx 21,6$; b) $-3,92 \blacksquare \approx -3,92$; c) $71,0 \blacksquare \approx 71,1$; d) $-5,2 \blacksquare \approx -5,3$.

23. Calculați:

- a) $-4,1 + 1,6$; b) $2,8 - 5,5$; c) $-2,3 - 1,4$; d) $4 - 5,9$;
 e) $\frac{2}{15} - \frac{3}{10}$; f) $-\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$; g) $-\frac{3}{7} - \frac{20}{21}$; h) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$;
 i) $-3\frac{1}{12} - \left(-\frac{1}{6}\right)$; j) $-2\frac{3}{8} - 1\frac{7}{10}$; k) $-5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{8}$; l) $4\frac{3}{7} - 8\frac{9}{14}$;
 m) $-2\frac{3}{4} - \left(-3\frac{2}{5}\right)$; n) $3\frac{7}{9} - 1\frac{1}{12}$; o) $2\frac{5}{8} - 3\frac{5}{6}$; p) $-1\frac{3}{4} + 2\frac{7}{8}$.

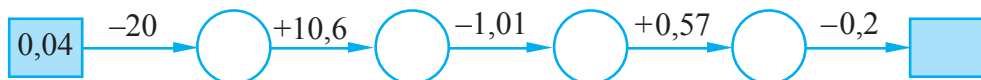
24. Efectuați calculele conform schemei:



25. **Lucrăm în perechi!**

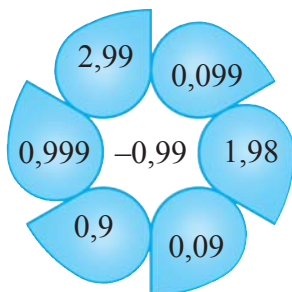


Reconstituiți lanțul de calcule:

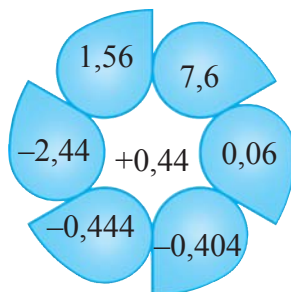


26. Efectuați:

a)



b)



27. Cine va depista mai repede linia, coloana sau diagonala cu numere a căror sumă este egală cu numărul indicat?

a)

1,2

-3,2	1,5	0,5
4,4	1,6	-4,7
1,1	-4,3	2,8

b)

$-\frac{1}{8}$

$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{8}$
$-\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$	-1	$\frac{5}{8}$

28. Calculați în modul cel mai eficient:

a) $-3,72 + 5,26 + 2,72$;

b) $\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{12}\right)$;

c) $(0,39 - 10,56) + 10,56$;

d) $-3,78 + 9,84 + 1,78 - 20,84$.

29. Desfaceți parantezele și efectuați:

a) $-3,8 - (-8,1 + 3,9)$;

b) $7,5 + (-8,4 - 2,1)$;

c) $-\frac{7}{8} - \left(1\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$;

d) $\frac{4}{9} - \left(-1\frac{1}{3} + \frac{7}{9}\right)$;

e) $-8,76 - (-3,25 - 10,76)$;

f) $-6,19 + (-1,5 + 5,19)$;

g) $-\frac{9}{20} - \left(-\frac{11}{20} - \frac{5}{6}\right)$;

h) $\frac{17}{28} + \frac{5}{18} - \left(\frac{3}{28} - \frac{13}{18}\right)$.

30. Efectuați:

a) $-1,2 \cdot (-0,8)$;

b) $-12,5 \cdot 3,6$;

c) $-5,6 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$;

d) $\frac{2}{9} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right)$;

e) $1,2 \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)$;

f) $-4\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{7}$.

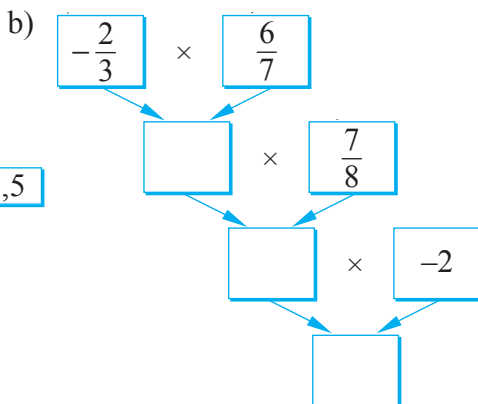
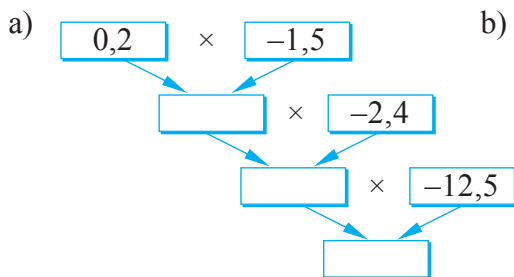
31. Reproduceți și completați tabelul:

a	-3	$-0,3$	$0,25$	$\frac{3}{8}$	$-1\frac{1}{4}$
$-0,2a$					



32. Strada Muncești este una dintre cele mai lungi străzi din Europa și cea mai lungă din Chișinău. Lungimea ei este de $11\frac{1}{2}$ km. Cea mai scurtă stradă din Chișinău este strada Tricolorului, cu o lungime de 0,335 km. Cu câți kilometri este mai lungă strada Muncești decât strada Tricolorului?

33. **Lucrăm în perechi!**  Efectuați calculele conform schemei:



34. Efectuați:

a) $-2,4 : 0,8$; b) $8,4 : (-0,42)$; c) $-8,64 : (-1,2)$;
d) $-4\frac{4}{5} : \frac{8}{15}$; e) $\left(-5\frac{1}{7}\right) : \left(-1\frac{2}{7}\right)$; f) $-0,78 : \left(-2\frac{3}{5}\right)$.

35. Cât costă 1 kg de biscuiți, dacă pentru $5\frac{2}{3}$ kg s-au plătit 229,5 lei?

36. Bunicul Ion are 5 stupi. Din toți stupii, el a colectat 182,5 kg de miere. Câte kilograme de miere a colectat în medie bunicul de la fiecare stup?

37. Efectuați în modul cel mai rațional:

a) $0,4 \cdot 3,56 \cdot (-2,5)$; b) $0,2 \cdot (-12,51) \cdot 5$;
c) $3,6 \cdot 0,03 + 6,4 \cdot 0,03$; d) $-12,3 \cdot 0,054 + (-12,3) \cdot 0,046$.

38. Utilizând metoda factorului comun, aflați valoarea expresiei:

a) $-\frac{2}{3} \cdot 0,4 + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 0,6$; b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{7} + \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$;
c) $2,7 \cdot 1,9 - 3,7 \cdot 1,9$; d) $1,4 \cdot 0,9 - 1,4 \cdot 5,9$.

39. Aflați:

a) $\frac{2}{3}$ din 27; b) $\frac{1}{4}$ din 40; c) $\frac{3}{8}$ din 16; d) $\frac{5}{6}$ din 42;
e) $\frac{3}{5}$ din 12; f) $\frac{2}{7}$ din 20; g) $\frac{1}{3}$ din $\frac{3}{2}$; h) $\frac{3}{4}$ din $\frac{8}{9}$.

40. Un automobil trebuie să parcurgă 240 km. Ce distanță a parcurs automobilul, dacă ea reprezintă $\frac{2}{3}$ din drum?

41. Masa unei furnici constituie $\frac{1}{10}$ din masa încărcăturii pe care ea o poate duce. Care este masa furnicii, dacă ea poate duce o încărcătură de $\frac{7}{250}$ g?



42. Mărimea încălțăminteii constituie $\frac{3}{2}$ din lungimea tălpii. Care este mărimea pantofilor lui Mihai, dacă lungimea tălpii lui este de 24 cm?

43. La o cursă auto au participat 48 de automobile. $\frac{5}{8}$ din ele au sosit la final. Câte automobile au abandonat competiția?

44. O treime din distanța dintre două sate constituie 7 km. Care este distanța dintre aceste sate?

45. Aflați numărul, știind că:

a) $\frac{7}{10}$ din el constituie 21;

b) $\frac{3}{4}$ din el constituie 12;

c) $\frac{8}{9}$ din el constituie 24;

d) $\frac{3}{2}$ din el constituie 15.

46. Silvia a plătit $4\frac{1}{2}$ lei pentru o chiflă. Câți bani avea ea, dacă se știe că a plătit pentru chiflă $\frac{1}{4}$ din suma totală?

47. Doar 12 elevi ai clasei a 6-a fac sport, ceea ce constituie $\frac{3}{7}$ din numărul de elevi ai acestei clase. Câți elevi învață în total în această clasă?

48. Scrieți sub formă de putere:

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$;

b) $(-1,3) \cdot (-1,3) \cdot (-1,3)$;

c) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$.

49. Determinați oral: *Adevărat sau Fals?*

a) $(-2,1)^2 = (2,1)^2$;

b) $(-5,3)^4 = -(5,3)^4$;

c) $\left(-\frac{7}{8}\right)^3 < 0$;

d) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 > 0$;

e) $(-25)^3 < (-25)^2$.



50. Calculați:

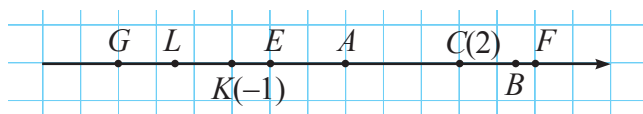
a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{8}{15}$;

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 16$;

c) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 1\frac{1}{5}$;

d) $\left(\frac{5}{9} - \frac{3}{7}\right)^0$.

51. Reproduceți axa numerelor:



Determinați și indicați pe axă originea acestuia, segmentul-unitate, coordonatele punctelor G, L, E, A, B, F .

52. Fie numerele: $5,7$; $-7,3$; $-\frac{3}{4}$; $7\frac{1}{3}$; $-0,02$.

Scrieți:

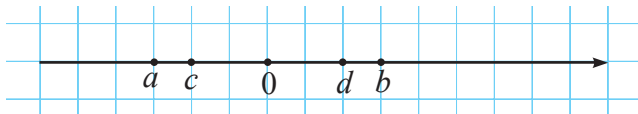
a) opusele acestor numere;

b) inversele acestor numere.

53. Scrieți numerele în ordinea crescătoare a modulelor lor:

$-3,5$; 0 ; $-\frac{7}{9}$; $0,7$; $-0,007$; $1,3$.

54. Pe axa numerelor sunt reprezentate numerele a, b, c și d .



Completați cu semnul de comparație corespunzător:

b d ; c d ; a c ; a b ; d 0 ;
 $-a$ c ; a 0 ; $-b$ d ; $-b$ 0 ; 0 $-a$.



55. Aflați oral numărul rațional a , știind că:

- a) $|a| = 3,1$; b) $|a| = \frac{5}{13}$; c) $|a| = 0$;
 d) $|a| = 2,3$; e) $|a| = 1\frac{1}{3}$; f) $|a| = 0,99$.

56. Reprezentați pe axă numerele care au modulul egal cu:

- a) $2,5$; b) $\frac{1}{2}$; c) $3\frac{1}{4}$.

57. Completați cu un număr potrivit:

- a) $-2 < \square < 2$; b) $0,86 < \square < 0,862$; c) $1,4 < \square < 1,5$;
 d) $-3,19 < \square < -3,18$; e) $\frac{2}{5} < \square < \frac{2}{3}$; f) $-\frac{1}{2} < \square < -\frac{1}{4}$.

58. Fie mulțimile $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1,2 \leq x \leq 3,7\}$ și $B = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -\frac{24}{11} < x < \frac{5}{13}\right\}$.
 Comparați: card A card B .

59. Adevărat sau Fals?



- a) Dacă $a > 2$, atunci $a > 0$, $a \in \mathbb{Q}$.
 b) Dacă $a < 3$, atunci $a < 0$, $a \in \mathbb{Q}$.
 c) Dacă $a > -10$, atunci $a < 0$, $a \in \mathbb{Q}$.
 d) Dacă $-3,2 < a < -0,1$, atunci $a < 0$, $a \in \mathbb{Q}$.

Pentru enunțurile false, dați câte un exemplu care demonstrează că enunțul nu este adevărat.

60. Scrieți fiecare dintre numerele $-\frac{2}{3}$ și $-7,8$ ca sumă a două numere:
 a) negative; b) cu semne diferite.

61. Efectuați transformând termenii în numere zecimale:

- a) $-2\frac{1}{2} - 0,254$; b) $-\frac{3}{4} + 0,35$; c) $-4,39 + 4\frac{2}{5}$; d) $\frac{5}{8} - 1,1$.

62. **Lucrăm în perechi!** Înlocuiți cu unul dintre semnele „+” sau „-” astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

- a) $(\text{★} 0,9) + (\text{★} 3,7) = -2,8$; b) $\left(\text{★} \frac{2}{7}\right) + \left(\text{★} \frac{8}{21}\right) = -\frac{2}{3}$.

63. Completați cu termenul omis astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

a) $-2,3 + (-7,7) + \blacksquare = 0$; b) $\frac{5}{12} + \left(-\frac{3}{8}\right) + \blacksquare = 0$.

64. Aflați valoarea expresiei, dacă se știe că $a = -3,2$ și $b = 1,8$:

a) $a + b$; b) $|a| + b$; c) $a + |b|$; d) $|a + b|$; e) $|a| + |b|$.

65. Comparați valorile expresiilor $|a| + |b|$ și $|a + b|$, dacă:

a) $a = -2,8$, $b = 1,3$; b) $a = -\frac{3}{4}$, $b = -\frac{1}{2}$; c) $a = 7,1$, $b = 4,8$.

Cum trebuie să fie numerele a și b astfel încât $|a + b| = |a| + |b|$?

66. Utilizând axa numerelor, aflați distanța dintre punctele A și B , dacă:

a) $A(-3,7)$, $B(-2,8)$; b) $A\left(\frac{2}{5}\right)$, $B\left(-\frac{1}{20}\right)$; c) $A(-0,3)$, $B(7,1)$.

67. Calculați în modul cel mai rațional:

a) $\frac{7}{16} - \frac{11}{42} - \frac{9}{16} + \frac{17}{42}$; b) $-3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{8} + 2\frac{5}{6} - 4\frac{6}{11}$;
c) $-1,23 + 2,14 + 7,38 - 5,77 + 1,62$; d) $-9,39 + 0,74 - 10,61 + 3,26 + 6,25$.

68. Desfaceți parantezele și efectuați operațiile:

a) $\left(-3\frac{5}{8} + 7,6\right) - \left(10,8 - 8\frac{3}{4}\right)$; b) $-\left(5\frac{4}{9} - 6\frac{5}{12}\right) + \left(-3\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right)$.

69. **Lucrăm în perechi!**  **Magia numerelor**

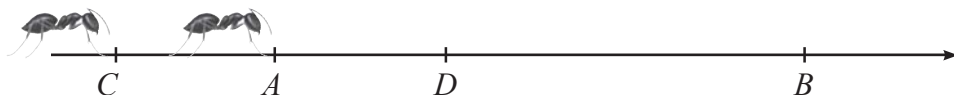
a) $5 + \frac{5}{4} = 5 \cdot \frac{5}{4}$; b) $3,5 + 1,4 = 3,5 \cdot 1,4$; c) $3 + 1,5 = 3 \cdot 1,5$.

Puteți găsi și alte perechi de numere cu aceeași proprietate?

70. Calculați utilizând metoda factorului comun:

a) $-4,8 \cdot 8,9 + 8,9 \cdot (-5,2)$; b) $-1,2 \cdot \left(-7\frac{9}{13}\right) - (-1,2) \cdot 2\frac{4}{13}$;
c) $-2\frac{3}{7} \cdot 2\frac{4}{5} + \left(-2\frac{3}{7}\right) \cdot 4\frac{1}{5}$; d) $-32,3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot (-32,3)$.

71. Două furnici se deplasează pe axa numerelor. Prima furnică a parcurs distanța de la punctul $A(-7,2)$ la punctul $B(2,8)$ în 5 secunde, iar furnica a doua – distanța de la punctul $C(-10,1)$ la punctul $D(-4,1)$ în 2 secunde. Care dintre furnici s-a deplasat cu o viteză mai mare?

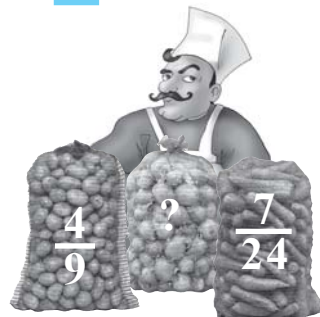


72. Completați astfel încât să obțineți o egalitate adevărată:

a) $-3\frac{1}{3} - \blacksquare = 2$; b) $\blacksquare + (-4,5) = 3\frac{1}{2}$; c) $\blacksquare \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) = 5,6$;
 d) $\left(-10\frac{1}{5}\right) : \blacksquare = 2$; e) $\blacksquare : 4,5 = \frac{1}{3}$; f) $\blacksquare : 10^2 = -0,02$.

73. Vindetot are de vânzare 360 kg de legume.

$\frac{4}{9}$ din ele constituie cartofi, $\frac{7}{24}$ – morcovi,
 iar restul – ceapă. Câte kilograme de ceapă
 are Vindetot de vânzare?



74. Până la popas, turiștii au parcurs $\frac{3}{4}$ din distanța preconizată, iar după popas încă
 $\frac{1}{3}$ din distanța parcursă. Au străbătut ei oare toată distanța preconizată?



75. Au fost culese 10 kg de ciuperci. $\frac{3}{4}$ din ele
 au fost marinate, $\frac{1}{5}$ au fost uscate, iar din
 restul s-a preparat o supă. Câte kilograme
 de ciuperci s-au folosit la prepararea supei?

76. În prima zi, la o bibliotecă s-au adus $\frac{7}{15}$ din întreg necesarul de manuale noi, iar în
 ziua a doua – restul de 56 de manuale. Câte manuale noi au fost aduse în total la
 această bibliotecă în ambele zile?

77. Lățimea unui dreptunghi este de 102 cm, ceea ce constituie $\frac{17}{18}$ din lungimea lui.
 Aflați perimetrul și aria dreptunghiului.

78. Aflați valoarea expresiei:

a) $\left(6,75 - 4,5 \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^3$;
 b) $\left(-\frac{5}{12} - \frac{13}{20}\right)^2 \cdot \left(-1\frac{13}{32}\right)$;
 c) $\left(-\frac{11}{18} + \left(-2\frac{2}{9}\right) \cdot (-0,2)\right)^3 \cdot (-1,2)$.

79. **Ne amuzăm și rezolvăm.** Petru a parcurs $\frac{2}{5}$ din pârtie
 în picioare, iar restul, mai exact 8,4 m, pe spate.
 Ce lungime are pârtia?



80. Un stâlp este îngropat în sol. Partea stâlpului deasupra solului reprezintă $\frac{4}{5}$ din lungimea acestuia. Care este lungimea părții subterane a stâlpului, dacă lungimea părții deasupra solului este de 1,6 m?

81. Vlad pleacă în excursie la Odesa. Găsiți în internet care este rata de schimb a leului moldovenesc în raport cu hrivna ucraineană pentru a afla câte înghețate poate cumpăra cu ai săi 80 de lei, dacă o înghețată costă 24,5 hrivne.



82. O familie pleacă pentru toată luna iulie la vilă. Care este cel mai mic număr de cutii cu ceai pe care trebuie să le ia cu ei, dacă în fiecare zi membrii familiei consumă 7 pliculețe cu ceai, iar într-o cutie sunt 25 de pliculețe?

83. Știind că a și b sunt numere raționale, determinați dacă sunt adevărate sau false enunțurile:

- a) Dacă $a = b$, atunci $|a| = |b|$.
- b) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$.
- c) Dacă $a = -b$, atunci $|a| = |b|$.
- d) Dacă $a = b$, atunci $|a| = b$.



84. Completați cu un număr astfel încât enunțul obținut să fie adevărat:

a) $\frac{1}{3} < \square < \frac{1}{2}$;

b) $-\frac{1}{4} < \square < -\frac{1}{3}$.

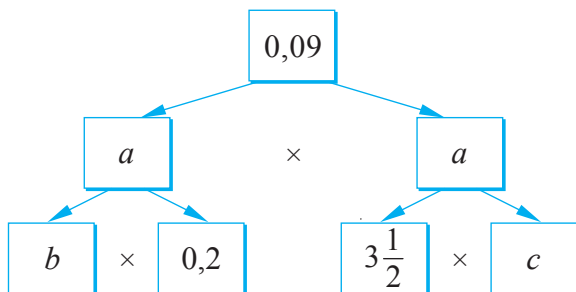
85. Scrieți expresia $a + b - c - d$ sub formă de:

- a) sumă în care $a + b$ este primul termen;
- b) diferență în care $a + b$ este descăzutul.

86. Se știe că a, b, c sunt numere raționale negative nenule. Care este semnul valorii expresiei $ab - 100c$?

87. Câtul împărțirii a două numere este egal cu -1 . Care este suma acestor două numere?

88. Completați cu numere potrivite:



89. Întrebat câți elevi are, matematicianul și filozoful grec Pitagora a răspuns: „Jumătate dintre ei studiază matematica, o pătrime studiază natura, o șeptime meditează în tăcere, iar restul 3 sunt oratori”.

Câți elevi avea Pitagora?

90. La micul dejun, mama lui Dinu a băut $\frac{1}{6}$ din cana plină cu cafea, apoi a umplut-o cu lapte. Apoi a băut $\frac{1}{3}$ din cană și iarăși a umplut-o cu lapte. După aceasta a mai băut jumătate din cană, umplând-o iarăși cu lapte. În final, mama a băut tot lichidul din cană. Ce a băut mama mai mult: cafea sau lapte?

91. Cei trei mușchetari, după ce și-au făcut datoria pentru binele Franței, au intrat într-o tavernă. Au luat prânzul și au făcut comandă de piersici la desert. Fiind obosiți, au adormit înainte ca platoul cu piersici să fie servit. Primul s-a trezit Athos. Văzând piersicii, a mâncat $\frac{1}{3}$ din ele și iarăși a adormit. Apoi s-a trezit Porthos, a văzut piersicii și, gândindu-se că încă nimeni n-a luat din ele, a mâncat $\frac{1}{3}$ din piersici și apoi a adormit. Al treilea s-a trezit Aramis și tot a mâncat $\frac{1}{3}$ din piersici, apoi a adormit și el. În timp ce mușchetarii dormeau, chelnerul a dus la bucatărie platoul pe care erau încă 8 piersici. Câte piersici au fost servite mușchetarilor?



Pitagora
(c.570–c.500 î.H.)



92. Ordonăți crescător valorile expresiilor:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2; (-1)^3; (-0,4)^2; \left(-2\frac{1}{2}\right)^2; \left(5\frac{7}{11}\right)^0; \left(-2\frac{1}{3}\right)^3; \left(-2\frac{1}{2}\right)^3.$$

93. Care este valoarea minimală posibilă pentru expresia:

a) $(a - 0,5)^2 - 7,2$;

b) $4,3 + (x + 1,1)^4$?

94. 3 motănei și 2 cățeluși cântăresc kg, iar 2 astfel de motănei și 3 astfel de cățeluși cântăresc 2,9 kg. Aflați cât cântărește un cățeluș.



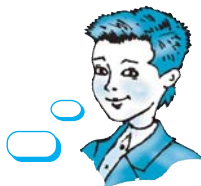
§2 Rezolvarea problemelor în mulțimea numerelor raționale

2.1. Metoda figurativă

Rezolvăm și comentăm

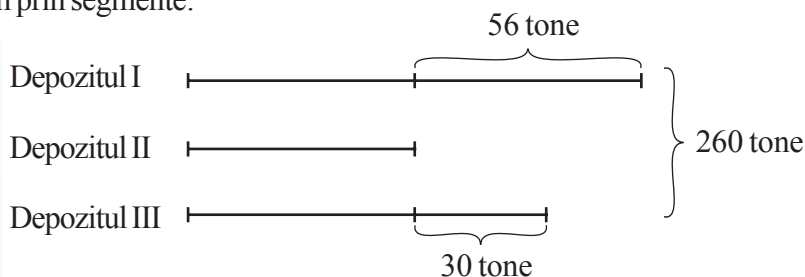
1 În trei depozite erau în total 260 de tone de mere. În primul depozit erau cu 56 de tone de mere mai multe decât în depozitul al doilea, iar în depozitul al treilea erau cu 30 de tone de mere mai multe decât în depozitul al doilea. Câte tone de mere erau în fiecare depozit?

Vom reprezenta necunoscutele și vom fixa relațiile dintre mărimile date în problemă printr-un desen.



Rezolvare:

1 Reprezentăm prin segmente:



2 Calculăm suma valorilor părților egale:

$$260 - 56 - 30 = 174 \text{ (tone).}$$

3 Calculăm câte tone de mere erau în depozitul II (valoarea unei părți):

$$174 : 3 = 58 \text{ (tone).}$$

4 Aflăm câte tone de mere erau în depozitul I:

$$58 + 56 = 114 \text{ (tone).}$$

5 Calculăm câte tone de mere erau în depozitul III:

$$58 + 30 = 88 \text{ (tone).}$$

Verificare: $114 + 58 + 88 = 260 \text{ (tone) - A.}$

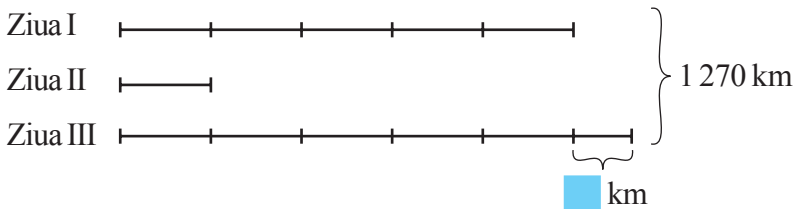
Răspuns: Depozitul I – 114 tone;
depozitul II – 58 de tone;
depozitul III – 88 de tone.

Examinăm și completăm

2 Un autobuz a parcurs 1 270 km în trei zile. În prima zi el a parcurs o distanță de 5 ori mai mare decât în ziua a doua, iar în ziua a treia – cu 60 km mai mulți decât în prima zi. Câți kilometri a parcurs autobuzul în fiecare zi?

Rezolvare:

① Reprezentăm prin segmente:



② $1\,270 - \square = \square$ (km) – suma valorilor părților egale.

③ $5 + 1 + 5 = 11$ (părți egale).

④ $1210 : 11 = \square$ (km) – a II-a zi.

⑤ $\square \cdot 5 = \square$ (km) – I zi.

⑥ $\square \cdot 5 + 60 = \square$ (km) – a III-a zi.

Verificare: + + = 1 270 (km) ().

Răspuns: Ziua I – km; ziua II – km; ziua III – km.

2.2. Metoda reducerii la unitate

Rezolvăm și comentăm

1 Pentru 12 cutii cu bomboane s-au plătit 432 de lei. Câți lei se vor plăti pentru 8 cutii cu bomboane de același fel?

Rezolvare:

Folosim schema:

12 cutii 432 de lei

1 cutie $432 : 12 = 36$ (lei)

8 cutii $36 \cdot 8 = 288$ (lei)

Deci, prețul unei cutii este de 36 de lei, iar pentru 8 cutii se vor plăti 288 de lei.

Răspuns: 288 de lei.

Vom reduce compararea mărimilor din problemă la compararea lor cu una dintre mărimile luate ca unitate.



Examinăm și completăm

2 Pentru sărbătorile de iarnă, o familie a cumpărat un curcan, o găscă, trei găini și cinci prepelițe. Se știe că o prepeliță costă 32 de lei. Cât costă toată cumpărătura, dacă curcanul costă cât o găscă și două găini, o găscă – cât o găină și încă 20 de lei, iar o găină – cât trei prepelițe.



Rezolvare:

Pentru a rezolva problema, acceptăm ca unitate prețul prepeliței.

Atunci, pentru o prepeliță se va plăti $3 \cdot 32 = 96$ (lei).

Pentru o găscă $3 \cdot 96 + 20 = \square + 20 = \square$ (lei).

Pentru un curcan: $\square + 2 \cdot 96 = \square$ (lei).

Suma tuturor plăților va fi:

$$\square + \square + 3 \cdot 96 + 5 \cdot 32 = \square \text{ (lei).}$$

Răspuns: $\square$ lei.

2.3. Metoda mersului invers

Rezolvăm și comentăm

1 Viorica s-a gândit la un număr. Dublul acestui număr, micșorat cu 5, a fost înmulțit cu 3. Produsul obținut a fost împărțit la 6 și apoi mărit cu 4. S-a obținut 28.

La ce număr s-a gândit Viorica?

Vom rezolva problema pornind de la sfârșitul enunțului ei.



Rezolvare:

Avem: $\square \cdot 2 - 5 \rightarrow \square \cdot 3 \rightarrow \square : 6 + 4 \rightarrow 28$

Restabilim numărul pornind rezolvarea de la sfârșitul enunțului:

$$28 \xrightarrow{-4} 24 \xrightarrow{\cdot 6} 144 \xrightarrow{:3} 48 \xrightarrow{+5} 53 \xrightarrow{:2} 26,5$$

Răspuns: 26,5.

Examinăm și completăm

2 Un turist a mers în prima zi timp de 6 ore, în a doua zi a parcurs 30 km, în a treia zi cu 20 km mai mulți decât în ziua a doua, iar în ziua a patra a mers 5 ore cu viteza de 8 km/h. El a parcurs în total 180 km. Cu ce viteză s-a deplasat turistul în prima zi?

Rezolvare:

Începem rezolvarea de la sfârșitul enunțului:

① Turistul a parcurs în ziua a patra: $5 \cdot 8 = 40$ (km).

② În ziua a treia: $20 + 30 = 50$ (km).

③ În zilele II, III, IV în total:

$$30 + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{} \text{ (km)}.$$

④ În prima zi, el a parcurs: $180 - \boxed{} = \boxed{}$ (km).

⑤ În prima zi, turistul s-a deplasat cu viteza: $\boxed{} : 6 = \boxed{}$ (km/h).

Verificare: $\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$ (km).

Răspuns: $\boxed{}$ km/h.



2.4. Metoda falsei ipoteze

Cercelăm și descoperim

1 Pe un șes pasc găște și oi, în total 98 de capete și 252 de picioare. Câte găște și câte oi pasc pe șes?



Rezolvare:

① Presupunem că pe șes pasc doar găște. Atunci toate cele 98 de capete vor avea $98 \cdot 2 = 196$ (picioare).

② Conform condiției problemei, obținem diferența $252 - 196 = 56$ (picioare în plus).

③ Diferența provine din faptul că am considerat că pe șes pasc doar găște.

④ Ținând cont de faptul că o oaie are cu 2 picioare mai multe decât o gâscă și în plus sunt 56 de picioare, aflăm câte oi pasc pe șes: $56 : 2 = 28$ (oi).

⑤ Aflăm câte găște sunt pe șes: $98 - 28 = 70$ (gâște).

Verificare: $28 \cdot 4 + 70 \cdot 2 = 252$.

Răspuns: 28 de oi; 70 de găște.

Examinăm și completăm

2 Cu 730 de lei se pot cumpăra 22 de cărți a câte 25 de lei și 40 de lei. Câte cărți de fiecare fel se pot cumpăra?

Rezolvare:

① Presupunem că fiecare carte costă 40 de lei. Astfel, toate cele 22 de cărți ar costa: $22 \cdot 40 = 880$ (lei).

② Comparând cu prețul real, se obține o diferență: $880 - 730 = \square$ (lei în plus).

③ Diferența provine din faptul că am considerat toate cărțile fiind de 40 de lei.

④ Aflăm câte cărți de 25 de lei s-au procurat: $\square : (40 - 25) = \square$ (cărți).

⑤ Aflăm câte cărți de 40 de lei s-au procurat: $22 - \square = \square$ (cărți).

Verificare: $\square \cdot \square + \square \cdot \square = 730$ (lei).

Răspuns: $\square$ cărți de 25 de lei; $\square$ cărți de 40 de lei.

Generalizăm

În cazul în care se aplică această metodă, se pornește, de regulă, de la întrebarea problemei, făcând o presupunere asupra mărimii care se caută, aceasta nefiind în contradicție cu datele din enunț. Se reface problema în baza presupunerii făcute și se ajunge la un rezultat care nu se corelează cu cel real din problemă: este fie mai mare, fie mai mic decât acesta. Se compară rezultatul obținut (în baza presupunerii) cu cel inițial. Din nepotrivirile obținute se trage concluzia corectă privind rezolvarea problemei.

Exerciții și probleme



1. Rezolvați problema prin metoda figurativă:

a) O frânghie de 7,4 m a fost tăiată în două bucăți astfel încât una dintre ele este cu 1,6 m mai lungă decât cealaltă. Câți metri are fiecare bucată?

b) Trei piese de metal cântăresc împreună $15\frac{1}{2}$ kg. Prima piesă este cu 2,8 kg mai grea decât a doua, iar a treia cu 2,2 kg mai grea decât a doua. Cât cântărește fiecare piesă?

2. Rezolvați problema prin metoda reducerii la unitate:

a) 12 cărți la același preț costă în total 816 lei. Cât costă 5 astfel de cărți?

b) Stela a procurat 18 albume și 24 de cărți la același preț. A achitat cumpărătura cu o bancnotă de 500 de lei și a primit rest 17 lei. Cât costă un album și cât costă o carte?

3. Rezolvați problema prin metoda mersului invers.

Dublul unui număr a fost micșorat cu 10 și apoi înmulțit cu $\frac{1}{6}$. Produsul obținut, fiind mărit cu 3,5, a fost împărțit la 8 și s-a obținut $20\frac{1}{4}$. Determinați numărul inițial.

4. Rezolvați problemele 1 și 2 din secvența 2.4 pornind de la alte presupuneri.

5. Rezolvați problema prin metoda falsei ipoteze:

- a) Un fermier vindea pui și iepuri, în total 20 de capete și 68 de picioare. Câți pui și câți iepuri vindea fermierul?
b) 22 de cărți a câte 50 și 90 de pagini au împreună 1 340 de pagini. Câte cărți sunt de fiecare fel?



6. Rezolvați problema prin metoda figurativă:

- a) Tata are 44 de ani, iar fiul are 16 ani. Cu câți ani în urmă tatăl a fost de 3 ori mai mare decât fiul?
b) Într-o bibliotecă sunt 458 de cărți în 3 limbi străine. Cărțile în limba spaniolă sunt cu 50 mai puține decât cele în franceză și de două ori mai puține decât cele în engleză. Câte cărți de fiecare fel sunt în bibliotecă?

7. Rezolvați problema prin metoda reducerii la unitate:

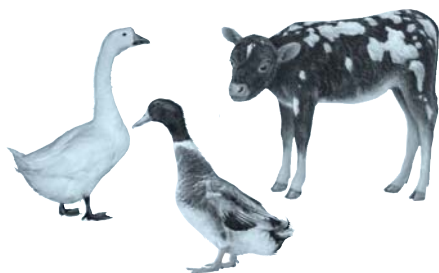
6 muncitori au săpat în 10 zile 420 m de șanț. Ce lungime de șanț vor săpa 10 muncitori în 8 zile, având aceeași productivitate a muncii?

8. Rezolvați problema prin metoda mersului invers:

O gospodină vindea la piață pepeni galbeni. Ea a vândut primului cumpărător jumătate din numărul pepenilor care se găseau în coș și încă o jumătate de pepene. Al doilea a cumpărat jumătate din numărul pepenilor rămași în coș și încă o jumătate de pepene. Al treilea, de asemenea, a luat o jumătate din numărul pepenilor care se găseau în coș și încă o jumătate de pepene, astfel încât coșul a rămas gol. Câți pepeni galbeni a avut inițial gospodina?

9. Rezolvați problema prin metoda falsei ipoteze:

La o fermă sunt găște, rațe și viței, în total 120 de capete și 280 de picioare. Se știe că numărul găștelor este de trei ori mai mare decât cel al rațelor. Câte găște, câte rațe și câți viței sunt la fermă?



10. Într-o clasă sunt de trei ori mai multe fete decât băieți. Pot fi 34 de elevi în această clasă? Dar 36 de elevi? Care trebuie să fie numărul de elevi pentru ca problema să aibă soluție? Găsiți câteva variante de răspuns.

11. a) Compuneți o problemă care se rezolvă prin:

- | | |
|----------------------------|---------------------------------|
| 1) metoda figurativă; | 2) metoda reducerii la unitate; |
| 3) metoda mersului invers; | 4) metoda falsei ipoteze. |

b) Propuneți colegilor să rezolve problemele.

§3 Mulțimi. Operații cu mulțimi

3.1. Noțiunea de mulțime

1 Căreia dintre mulțimile enumerate îi aparține:

copacul; greierul; spiridușul?

A – mulțimea insectelor;

B – mulțimea personajelor din poveste;

C – mulțimea plantelor;

D – mulțimea naturii vii.



Pentru fiecare dintre mulțimile A, B, C, D numiți încă două elemente care să-i aparțină.



Ne amintim

Mulțimea este o totalitate de obiecte bine determinate și distincte, numite **elementele** mulțimii. Mulțimile se notează cu literele mari ale alfabetului latin: A, B, C, D etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între acolade:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Mulțimea fără niciun element se numește **mulțime vidă** și se notează cu $\emptyset$.

LUCRĂM ÎN PERECHI!



2 Fie mulțimile:

$$M = \{a, b, c, d\}$$

$$P = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 3\}.$$

A – mulțimea zilelor săptămânii;

B – mulțimea zilelor de odihnă ale săptămânii.



a) Determinați modul de reprezentare a fiecărei mulțimi.

b) Indicați mulțimile finite și infinite.

c) Aflați card M , card A și card $\emptyset$.



Ne amintim

Numărul de elemente ale unei mulțimi M este **cardinalul mulțimii** M .

Se notează: card M .

Card $\emptyset = 0$.

d) Reprezentați mulțimile A și B , prin enumerarea elementelor:

$A = \{ \text{ } , \text{ } , \text{ } , \text{ } , \text{ } , \text{ } , \text{ } \};$

$B = \{ \text{ } , \text{ } \}.$

3.2. Relații între mulțimi

Cercelăm și descoperim

• A – mulțimea literelor cuvântului „rac”; $A = \{r, a, c\}$

B – mulțimea literelor cuvântului „car”. $B = \{c, a, r\}$

$$A = B$$

Rețineți!

Mulțimile A și B se numesc **mulțimi egale** dacă ele conțin aceleași elemente.

• C – mulțimea elevilor clasei a VI-a „B” din gimnaziul „Mihai Eminescu”.

D – mulțimea tuturor elevilor din gimnaziul „Mihai Eminescu”.

$$C \neq D$$

Mulțimea C reprezintă o parte din mulțimea D . În matematică „o parte” se substituie cu termenul *submulțime* și se scrie:

$$C \subset D$$

Rețineți!

Mulțimea A se numește **submulțime** a mulțimii B dacă orice element al mulțimii A este element și al mulțimii B .

Exersăm

• Fie A mulțimea autovehiculelor din municipiul Chișinău și B mulțimea autovehiculelor de marcă BMW din municipiul Chișinău.

Care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false?

a) $A = B$;

b) $A \subset B$;

c) $B \subset A$.



Cerțăm și descoperim

- Examinați și completați similar:



Activitățile Stelei:

lectura
jocul pe calculator
dansul
muzica
desenul



A – mulțimea activităților Stelei:

$A = \{\text{lectura, } \square, \square, \square, \square\}.$

Activitățile lui Petru:

fotbalul
muzica
jocul pe calculator
lectura
natația



B – mulțimea activităților lui Petru:

$B = \{\text{fotbalul, } \square, \square, \square, \square\}.$



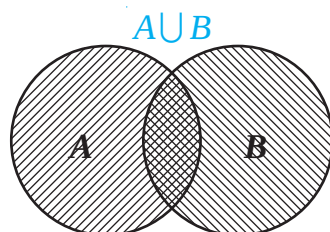
- a) C – mulțimea tuturor activităților celor doi copii:

$C = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square, \square\}.$

Mulțimea C este reuniunea mulțimilor A și B . Se notează: $C = A \cup B$.

Rețineți!

Reuniunea mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \cup B$ ce conține elementele care aparțin cel puțin uneia dintre mulțimile A sau B .



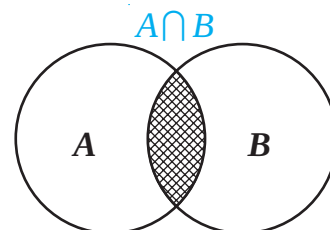
- b) D – mulțimea activităților comune ale celor doi copii:

$D = \{\text{lectura, } \square, \square\}.$

Mulțimea D este intersecția mulțimilor A și B . Se notează: $D = A \cap B$.

Rețineți!

Intersecția mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \cap B$ ce conține elementele comune ale mulțimilor A și B .



- Fie A mulțimea cetățenilor din Republica Moldova, B – mulțimea astronautilor. Mulțimile A și B nu au elemente comune. Deci, $A \cap B = \emptyset$.

Să sperăm că în viitor această propoziție va deveni falsă, iar în caseta din expresia $A \cap B = \{\square\}$ va fi scris vreun prenume de-al vostru.



- Analizați și completați tabelul:

Mulțimile			
A	B		
Mulțimea cărților din biblioteca personală	Mulțimea manualelor din biblioteca personală		$B \subset A$
Mulțimea pășărilor			$A \cap B = \emptyset$
			$A \cup B =$ $A \cap B =$

Cercetăm și descoperim

$A = \{s, a, l, u, t\}$, $B = \{s, a, c\}$, $C = \{l, u, t\}$.

$C \subset A$, $l \notin B$, $u \notin B$, $t \notin B$.

C – mulțimea elementelor mulțimii A care nu aparțin mulțimii B .

C – diferența mulțimilor A și B .

Rezolvăm și comentăm

- Fie mulțimile:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 7\},$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 < x < 5\}.$$

Aflați mulțimea $A \setminus B$.

Rezolvare:

Deoarece $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

și $B = \{3, 4\}$, obținem:

$$A \setminus B = \{0, 1, 2, \text{■}, \text{■}, \text{■}\}.$$

- a) Reprezentați, prin enumerarea elementelor, mulțimile:

A – mulțimea disciplinelor de învățământ din orarul clasei a VI-a;

B – mulțimea disciplinelor preferate de elevii clasei voastre.

b) Aflați: $C = A \setminus B$.

Rezolvare:

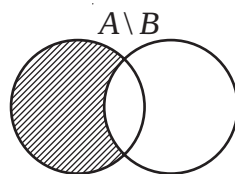
a) $A = \{ \text{■} \};$

$B = \{ \text{■} \}.$

b) $C = \{ \text{■} \}.$

Rețineți!

Diferența mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \setminus B$ care este alcătuită din toate elementele ce aparțin mulțimii A și nu aparțin mulțimii B .



Sperăm că *matematica* $\notin C$.

Exerciții și probleme



1. Numiți câte două elemente care să aparțină:
a) mulțimii lunilor de iarnă; b) mulțimii jocurilor sportive;
c) mulțimii copacilor; d) mulțimii obiectelor ce au formă sferică.
2. a) Fie A mulțimea numerelor naturale de trei cifre, fiecare fiind scris cu cifrele 2, 5 și 7, astfel încât cifrele nu se repetă în scrierea numărului respectiv. Scrieți elementele mulțimii A .
b) Aflați card A .
3. a) Fie B mulțimea fracțiilor cu numărătorul 1 și numitorul un număr natural nenul de o cifră. Scrieți elementele mulțimii B .
b) Aflați card B .
4. a) Reprezentați mulțimea $M = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 15\}$ prin enumerarea elementelor.
b) Aflați card M .
5. Completați astfel încât egalitatea obținută să fie adevărată:
a) $A \cap \emptyset = \square$; b) $A \cup \emptyset = \square$; c) $A \cup A = \square$; d) $A \cap A = \square$.
6. Fie mulțimile: $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$, $C = \{2, 4, 8\}$, $K = \{1, 3, 5, 7\}$.
Aflați:
a) $A \cup B$; b) $A \cup K$; c) $B \cup C$; d) $C \cup K$; e) $A \cap B$; f) $C \cap B$;
g) $B \cap K$; h) $C \cap K$; i) $A \setminus K$; j) $C \setminus A$; k) $K \setminus B$; l) $K \setminus A$.



7. $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 17\}$. Scrieți submulțimea mulțimii A formată din:
a) numere pare; b) numere impare;
c) numerele care sunt pătratele numerelor naturale.
8. Fie mulțimea $M = \left\{ \frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3} \right\}$.
Aflați: a) $M \cap \mathbb{N}$; b) $M \cap \mathbb{N}^*$; c) $M \setminus \mathbb{N}$.
9. În grădină cresc 50 de tufe de trandafiri. Radu și Rodica au turnat apă fiecare la câte o jumătate dintre tufe. În final, s-a constatat că trei tufe au fost udate de ambii copii. Câte tufe de trandafiri au rămas neudate?
10. Aflați și reprezentați pe dreaptă intersecția figurilor:
a) $[AB] \cap [AB]$; b) $[AB \cap AB]$; c) $[AB] \cap AB$.
11. Fie D_{12} mulțimea divizorilor numărului 12, B – mulțimea numerelor impare mai mici decât 12, iar C – mulțimea numerelor pare mai mici decât 12.
Aflați: a) $D_{12} \cup B$; b) $D_{12} \cap C$; c) $B \cap C$;
d) $D_{12} \setminus B$; e) $D_{12} \setminus C$; f) $C \setminus D_{12}$.

12. Fiecare elev al unui liceu studiază sau limba franceză, sau limba engleză, sau ambele limbi. Câți elevi învață în liceu, dacă 320 de elevi studiază limba franceză, 280 de elevi studiază limba engleză, iar 190 de elevi studiază ambele limbi?



13. Investigăm:

Fie mulțimile A , B și M și enunțurile:

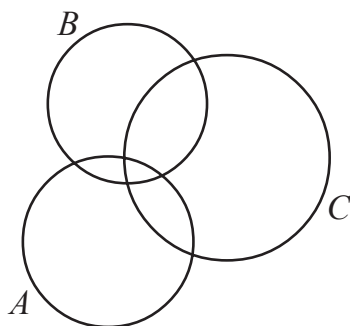
- ① Toate elementele mulțimii M aparțin mulțimii A și mulțimii B .
- ② Toate elementele comune ale mulțimilor A și B aparțin mulțimii M .

- a) Scrieți trei mulțimi A , B și M pentru care enunțurile ① și ② sunt adevărate.
- b) Scrieți trei mulțimi A , B și M pentru care enunțul ① este adevărat, iar enunțul ② – fals.
- c) Se știe că enunțurile ① și ② sunt adevărate. Determinați dacă este adevărat sau fals enunțul:

- 1) Dacă orice element x aparține mulțimii M , atunci $x \in A$.
- 2) Dacă orice element y aparține mulțimii M , atunci $y \in B$.
- 3) $M \subset A$.
- 4) $M = A \cap B$.
- 5) $A \subset M$.

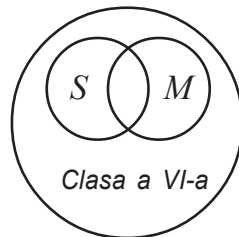
14. Reproduceți diagrama pe caiet și colorați porțiunea:

- a) $A \cup B$;
- b) $A \cap B$;
- c) $C \cup B$;
- d) $A \cap C$;
- e) $C \cap (A \cap B)$;
- f) $(A \cap B) \cup C$;
- g) $A \cap (B \cup C)$;
- h) $A \cup (B \cup C)$.



15. Elementele mulțimii, cu excepția unuia dintre ele, posedă o proprietate caracteristică. Determinați această proprietate și eliminați „intrusul”:
- a) {triunghi, cerc, pătrat, dreptunghi};
 - b) {mere, pere, cartofi, banane, prune};
 - c) {4, 10, 46, 18, 21};
 - d) {3, 6, 9, 15, 27}.

16. În clasa a VI-a învață 30 de elevi. Dintre ei, 12 frecvențează cercul de matematică, 16 fac sport, iar ceilalți 5 nu au ocupații extrașcolare. Câți dintre elevii clasei a VI-a frecvențează cercul de matematică și fac sport? Rezolvați problema folosind diagrama.





Să recapitulăm

1. Ce este o fracție?
Ce este un număr mixt?
2. Ce tipuri de fracții cunoașteți?
Care fracții se numesc echivalente?
3. Ce înseamnă a amplifica o fracție? Dar a simplifica?
4. Cum procedăm pentru a scoate întregii dintr-o fracție?
Aduceți exemple.
5. Cum se adună două fracții cu același numitor?
Dar cu numitori diferiți?
6. Cum se adună numerele mixte?
7. Ce are comun operația scăderea fracțiilor cu operația adunarea fracțiilor? Argumentați.
8. Cum se înmulțesc două fracții?
Dar două numere mixte?
9. Are oare numărul 0 un invers?
Care număr este invers cu el însuși?
10. Cum procedăm pentru a afla o fracție dintr-un număr?
11. Cum se află numărul după fracția dată?
12. Care sunt părțile componente ale unui număr zecimal?
13. Cum se compară două numere zecimale?
14. Cum se adună numerele zecimale?
Cum se scad numerele zecimale?
15. Cum se înmulțesc două numere zecimale? Cum se ridică la putere cu exponent natural?
16. Formulați exemple de utilizare a numerelor zecimale în diverse domenii: fizică, biologie, istorie, geografie, economie etc.
17. Care sunt proprietățile modulului numărului rațional?
18. Ce forme de reprezentare a unui număr rațional cunoașteți?
19. Cum se adună numerele raționale?
Cum se scad? Cum se înmulțesc?
Cum se împart? Cum se ridică la putere cu exponent număr natural?
20. Ce proprietăți ale operațiilor cu numere raționale cunoașteți?
21. Care este ordinea efectuării operațiilor și semnificația parantezelor în calcule cu numere raționale?
22. Ce relații între mulțimi cunoașteți?
23. Ce operații cu mulțimi cunoașteți?
24. Explicați incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
25. Propuneți exemple de mulțimi din diverse domenii.

Exerciții și probleme recapitulative



1. Calculați:

a) $\frac{7}{12} + \frac{5}{18}$;

b) $\frac{15}{16} - \frac{3}{4}$;

c) $-\frac{3}{14} + \frac{2}{21}$;

d) $1\frac{3}{7} - \frac{2}{3}$;

e) $4,32 - 2\frac{1}{2}$;

f) $1\frac{1}{8} + (-1,15)$;

g) $\frac{9}{20} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right)$.

2. Calculați:

a) $1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$;

b) $2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{3}$;

c) $-5\frac{5}{11} \cdot 2\frac{1}{5}$;

d) $-\frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{26}{27}\right)$;

e) $\frac{8}{15} : 5\frac{1}{3}$;

f) $-5\frac{5}{6} : \left(-3\frac{8}{9}\right)$;

g) $-4\frac{1}{8} : 2\frac{7}{16}$;

h) $\frac{7}{25} : 1,4$.

3. Aflați valoarea expresiei:

a) $\left|3\frac{1}{2}\right| - |-3,5| + \left|-2\frac{1}{3}\right| - \left|\frac{7}{3}\right|$;

b) $|-6,4| - \left|\frac{5}{8}\right| + |-0,625| - \left|\frac{32}{5}\right|$.

4. În curte creșteau 70 de trandafiri, $\frac{3}{14}$ fiind de culoare roșie. Câți trandafiri de culoare roșie creșteau în curte?

5. 12 elevi din clasa a VI-a practică sportul. Câți elevi învață în această clasă, dacă cei care fac sport reprezintă $\frac{3}{8}$ din toți elevii clasei?

6. Completați astfel încât egalitatea obținută să fie adevărată:

a) : 0,07 = 5;

b) · 0,8 = 5,6;

c) 0,2 : = 4;

d) -6,1 · = 1,83;

e) -4,06 : = -0,203;

f) · 5,3 = -6,413.

7. Ordonăți crescător numerele și veți afla cine este autorul următoarei maxime:
„Nimeni n-a învățat să gândească citind gândurile altei persoane. Poți învăța să gândești doar gândind de sine stătător”.

$1\frac{2}{9}$ $-\frac{101}{100}$ $\frac{5}{4}$ -1,06 $(1,1)^2$ $\frac{2}{3}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$

C

M

U

E

S

E

N

I

8. Desenați un pătrat cu latura de 4 cm. Colorați $\frac{3}{4}$ din pătrat.

9. Selectați fracțiile echivalente cu fracția $\frac{4}{5}$:

$$\frac{4}{10}; \quad \frac{8}{10}; \quad \frac{20}{25}; \quad \frac{7}{15}; \quad \frac{24}{30}; \quad \frac{16}{40}.$$

10. Adevărat sau Fals?

$$\text{a) } \frac{5}{7} = \frac{35}{49}; \quad \text{b) } \frac{14}{24} = \frac{2}{3}; \quad \text{c) } \frac{7}{9} = \frac{56}{72}; \quad \text{d) } \frac{3}{4} = \frac{9}{6}.$$

11. Simplificați fracția astfel încât să obțineți o fracție ireductibilă:

$$\text{a) } \frac{25}{75}; \quad \text{b) } \frac{12}{15}; \quad \text{c) } \frac{33}{44}; \quad \text{d) } \frac{100}{250}; \quad \text{e) } \frac{45}{60}; \quad \text{f) } \frac{49}{63}.$$

12. Scoateți întregii din fracție:

$$\text{a) } \frac{7}{5}; \quad \text{b) } \frac{28}{11}; \quad \text{c) } \frac{49}{3}; \quad \text{d) } \frac{25}{7}; \quad \text{e) } \frac{44}{19}; \quad \text{f) } \frac{131}{42}.$$

13. Scrieți ca fracție supraunitară numărul mixt:

$$\text{a) } 3\frac{2}{5}; \quad \text{b) } 4\frac{3}{7}; \quad \text{c) } 7\frac{3}{4}; \quad \text{d) } 2\frac{5}{9}; \quad \text{e) } 10\frac{3}{8}.$$

14. Scrieți ca fracție numărul zecimal:

$$\text{a) } 0,5; \quad \text{b) } 0,3; \quad \text{c) } 1,52; \quad \text{d) } 1,03; \quad \text{e) } 2,15; \quad \text{f) } 7,125.$$

15. Substituiți fracția cu o fracție echivalentă care să aibă numitorul 24:

$$\text{a) } \frac{1}{3}; \quad \text{b) } \frac{5}{6}; \quad \text{c) } \frac{3}{8}; \quad \text{d) } \frac{7}{12}; \quad \text{e) } \frac{10}{48}.$$

16. Calculați și simplificați rezultatul:

$$\text{a) } \frac{3}{14} + \frac{5}{14}; \quad \text{b) } \frac{7}{15} + \frac{2}{15}; \quad \text{c) } \frac{5}{18} + \frac{4}{18}; \quad \text{d) } \frac{13}{54} + \frac{5}{54}.$$

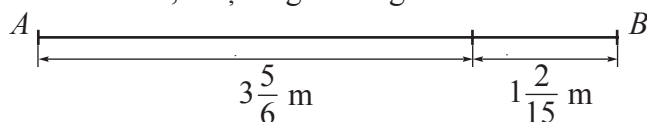
17. Calculați:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{3}{4} + \frac{5}{8}; & \text{b) } \frac{7}{12} + \frac{2}{3}; & \text{c) } \frac{5}{6} + \frac{1}{24}; & \text{d) } \frac{5}{9} + \frac{2}{3}; \\ \text{e) } \frac{4}{5} + \frac{8}{15}; & \text{f) } \frac{1}{4} + \frac{5}{7}; & \text{g) } \frac{1}{3} + \frac{1}{5}; & \text{h) } \frac{2}{7} + \frac{3}{8}; \\ \text{i) } \frac{7}{25} + \frac{4}{10}; & \text{j) } \frac{13}{18} + \frac{5}{12}; & \text{k) } \frac{7}{18} + \frac{2}{15}; & \text{l) } \frac{5}{6} + \frac{3}{4}. \end{array}$$

18. Efectuați:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 9\frac{3}{4} + 3\frac{1}{6}; & \text{b) } 7\frac{8}{15} + 8\frac{17}{20}; & \text{c) } 11\frac{7}{12} + 6\frac{11}{18}; & \text{d) } 7\frac{3}{8} + 11\frac{7}{12}; \\ \text{e) } 3\frac{5}{9} + 1\frac{7}{12}; & \text{f) } 3\frac{1}{7} + \frac{4}{5}; & \text{g) } 3\frac{1}{14} + 2\frac{4}{21}. \end{array}$$

19. Utilizând datele din desen, aflați lungimea segmentului AB .

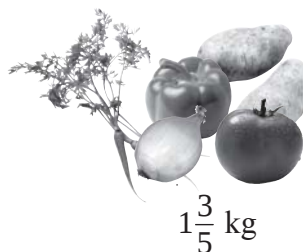
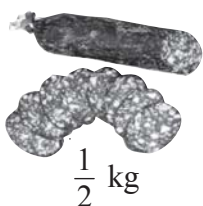


20. Viteza șalupei cu motor este de $23\frac{3}{8}$ km/h, iar viteza apei – de $2\frac{1}{2}$ km/h. Cu ce viteză se deplasează șalupe în sensul curgerii apei?



21. După ce dintr-o căldare cu apă s-au luat $2\frac{3}{4}$ l de apă, în ea au rămas $3\frac{2}{5}$ l. Câți litri de apă erau inițial în căldare?

22. Dumitru a cumpărat $\frac{1}{2}$ kg de salam, $\frac{1}{4}$ kg de cașcaval și $1\frac{3}{5}$ kg de legume. Câte kilograme de produse a cumpărat Dumitru?



23. Calculați și simplificați rezultatul:

a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$;

b) $\frac{9}{16} - \frac{1}{16}$;

c) $\frac{11}{12} - \frac{7}{12}$;

d) $\frac{11}{5} - \frac{6}{5}$.

24. Calculați:

a) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$;

b) $\frac{5}{9} - \frac{1}{3}$;

c) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$;

d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;

e) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}$;

f) $\frac{3}{5} - \frac{3}{7}$;

g) $\frac{2}{9} - \frac{1}{6}$;

h) $\frac{5}{12} - \frac{2}{9}$;

i) $\frac{7}{20} - \frac{2}{15}$;

j) $\frac{5}{6} - \frac{1}{8}$.

25. Efectuați:

a) $8\frac{3}{7} - 2\frac{2}{5}$;

b) $3\frac{11}{15} - 1\frac{7}{10}$;

c) $1 - \frac{5}{12}$;

d) $8 - \frac{6}{11}$;

e) $6 - 1\frac{2}{9}$;

f) $2\frac{1}{18} - \frac{1}{9}$;

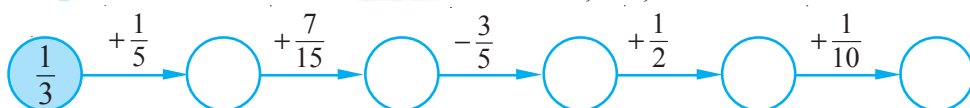
g) $6\frac{3}{8} - 2\frac{3}{4}$;

h) $4\frac{2}{15} - 3\frac{5}{12}$.

26. Masa unei cărămizi până la ardere este de $4\frac{1}{2}$ kg. După ardere în cuptor, masa ei se micșorează cu $1\frac{5}{6}$ kg. Care este masa cărămizii după ardere?

27. Sergiu, Dana și Damian au cules $32\frac{5}{18}$ kg de struguri. Sergiu și Damian au cules împreună $24\frac{5}{6}$ kg. Câte kilograme de struguri a cules Dana?

28. **Lucram în perechi!**  Reconstituiți lanțul de calcule:



29. Mihai a citit o carte în trei zile. În prima zi el a citit $\frac{2}{7}$ din carte, în ziua a doua – $\frac{1}{3}$ din carte, iar în ziua a treia – partea rămasă. Ce parte din carte a citit Mihai în ziua a treia?

30. Calculați:

a) $\frac{5}{21} - \frac{3}{14} + \frac{2}{7}$;

b) $\frac{9}{20} + \frac{7}{10} - \frac{2}{15}$;

c) $\frac{11}{20} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)$.

31. Efectuați:

a) $\frac{3}{5} \cdot 7$;

b) $\frac{2}{7} \cdot 6$;

c) $9 \cdot \frac{2}{15}$;

d) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8}$;

e) $\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{10}$;

f) $\frac{7}{11} \cdot \frac{3}{4}$;

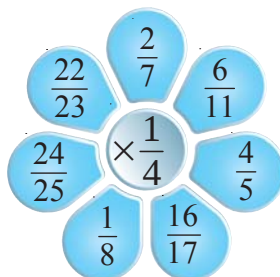
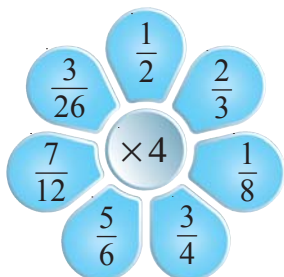
g) $\frac{5}{18} \cdot \frac{7}{10}$;

h) $\frac{3}{20} \cdot \frac{5}{6}$;

i) $\frac{12}{25} \cdot \frac{5}{8}$;

j) $\frac{16}{25} \cdot \frac{35}{48}$.

32. Calculați:



33. Viteza sunetului este de $\frac{1}{3}$ km/s. La ce distanță de furtună se află Mihai, dacă el a auzit tunetul peste 18 secunde după ce a văzut fulgerul?



34. Efectuați:

a) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4}$;

b) $1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{3}$;

c) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{8}$;

d) $4\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{3}$.

35. Aflați valoarea expresiei:

a) $2\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}$;

b) $3\frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{3}$;

c) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{7}{25} \cdot \frac{5}{7}$.



36. Racheta care zboară cu viteza de 8 km/s devine satelit artificial al Pământului. Dacă viteza rachetei s-ar mări de $2\frac{7}{8}$ ori, atunci ea ar părăsi pentru totdeauna Sistemul Solar. Calculați această viteză.

37. Un dreptunghi are lățimea de $3\frac{1}{5}$ m și lungimea de $1\frac{1}{4}$ ori mai mare decât lățimea. Aflați aria dreptunghiului.

38. Completați tabelul:

m	2	$1\frac{1}{5}$	$\frac{5}{8}$	$3\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{9}$
n	$\frac{3}{4}$	10	$\frac{16}{35}$	0,3	$1\frac{4}{5}$
$m \cdot n$					



39. Verificați dacă numerele sunt inverse:

- a) $\frac{4}{5}$ și $\frac{5}{4}$; b) $\frac{25}{9}$ și $\frac{3}{5}$; c) $\frac{3}{21}$ și 7; d) $1\frac{2}{3}$ și 0,6.

40. Scrieți inversul numărului:

- a) $\frac{3}{5}$; b) 11; c) $7\frac{2}{3}$; d) 0,12; e) $3\frac{3}{5}$; f) 3,6.

41. Efectuați:

- a) $\frac{6}{11} : \frac{9}{22}$; b) $\frac{12}{13} : \frac{4}{39}$; c) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$; d) $\frac{3}{4} : \frac{21}{40}$; e) $56 : \frac{8}{11}$;
f) $1\frac{5}{13} : 6$; g) $\frac{7}{9} : 2\frac{1}{3}$; h) $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$; i) $9\frac{4}{5} : 4\frac{2}{3}$; j) $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9}$.

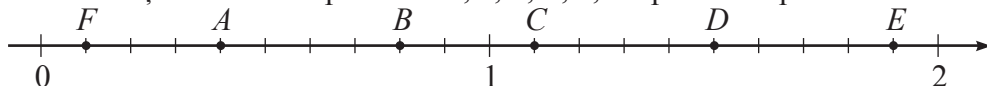
42. Perimetrul pătratului este de $\frac{10}{13}$ m. Care este aria pătratului?

43. Aflați viteza trenului, dacă el a parcurs $50\frac{2}{5}$ km în $\frac{8}{15}$ ore.

44. Tom cântărește $7\frac{1}{5}$ kg, iar Jerry – de 12 ori mai puțin.
Cât cântăresc ei împreună?



45. Determinați coordonatele punctelor A, B, C, D, E, F reprezentate pe axa numerelor:



46. Reprezentați punctele $A(0,2)$, $B(0,7)$, $C(1,3)$ și $D(1,6)$ pe axa numerelor, considerând lungimea segmentului-unitate egală cu lungimea a 10 pătrățele.

47. Scrieți denumirile oceanelor în ordinea descrescătoare a adâncimilor lor maxime.

Oceanul	Adâncimea maximală a oceanului (km)
Atlantic	3,597
Indian	3,711
Arctic	1,225
Pacific	3,976



48. Ordonați oral crescător numerele:
3,6; 3,59; 3,545; 3,67; 3,06; 3,059.
49. Între care două numere naturale consecutive este situat pe axă numărul:
a) 3,27; b) 7,98; c) 25,01; d) 0,03?

50. Comparați numerele:
a) 7,45 ● 7,43; b) 2,08 ● 2,8; c) 31,12 ● 31,120.



51. Efectuați:
a) $4,52 + 11,6$; b) $3,008 + 12,25$;
c) $18,354 + 12,29$; d) $8,97 + 7,062$.

52. Viteza unei șalupe este de 24,8 km/h, iar viteza apei este de 1,3 km/h. Aflați viteza șalupei care se deplasează în sensul curgerii apei.



53. Pisicul Marinuș a mâncat la micul dejun 0,15 kg de smântână, iar la prânz – cu 0,1 kg mai multe. Câtă smântână a mâncat în total Marinuș?

54. Efectuați:
a) $4,57 + 15,72 + 3,1$; b) $3,008 + 7,015 + 2,4$;
c) $3,07 + 12,803 + 0,026$; d) $21,3 + 2,13 + 0,213$.

55. Efectuați:
a) $52,307 - 15,02$; b) $12,93 - 6,27$;
c) $112,79 - 20,9$; d) $8,21 - 7,396$.

56. Scrieți fiecare dintre numerele 2,7; 0,12; 23,176 sub formă de:
a) sumă a două numere zecimale;
b) diferență a două numere zecimale.

57. Calculați diferențele. Utilizând adunarea, verificați rezultatele obținute.
a) $4,97 - 2,08$; b) $16,01 - 15,98$;
c) $2,001 - 1,9$; d) $0,2 - 0,107$.

58. Completați bonul de plată:

a)	Suma 52,7 lei Primit 100 lei Restul ____ lei	b)	Suma ____ lei Primit 50 lei Restul 17,25 lei	c)	Suma 187,25 lei Primit ____ lei Restul 312,75 lei
----	--	----	--	----	---

59. Masa butoiului plin cu ulei este de 250,1 kg. Calculați masa butoiului gol, dacă se știe că uleiul din el cântărește 202,4 kg.

60. Calculați valoarea expresiei:

a) $0,07 + 12,56 - 9,002$;

b) $4,15 - 2,7 + 0,028$;

c) $18,86 - 4,09 + 7,003$;

d) $2,19 - 0,219 + 0,339$.

61. Puneți virgula omisă la rezultat:

a) $37,2 \cdot 168 = 62496$;

b) $37,2 \cdot 16,8 = 62496$;

c) $37,2 \cdot 0,168 = 62496$;

d) $37,2 \cdot 1,68 = 62496$;

e) $0,372 \cdot 16,8 = 62496$;

f) $3,72 \cdot 1,68 = 62496$.

62. Efectuați:

a) $0,32 \cdot 19$;

b) $1,26 \cdot 0,29$;

c) $7,4 \cdot 0,065$;

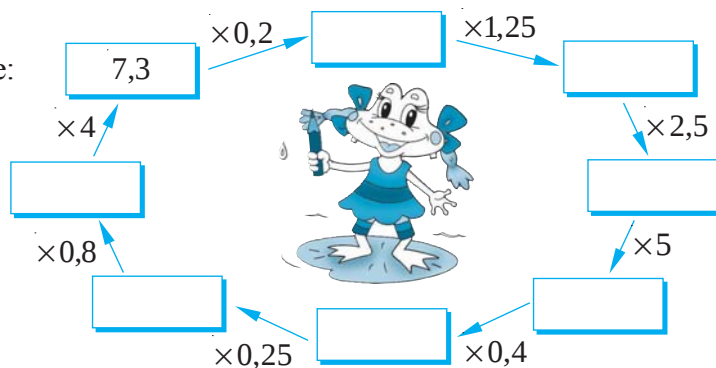
d) $2,02 \cdot 0,23$;

e) $0,016 \cdot 1,5$;

f) $6,132 \cdot 3,2$.

63. **LUCRĂM ÎN PERECHI!** 

Ajutați-o pe broscuță
să completeze casetele:



64. Calculați oral. Părul uman crește cu 0,4 mm pe zi. Cu cât mai lung va fi părul peste 30 de zile?

65. Aflați suma, diferența și produsul numerelor 14,25 și 7,8.

66. Laturile unei parcele de formă dreptunghiulară sunt de 3,8 m și 6,7 m. Calculați perimetrul și aria parcelei.

67. Efectuați:

a) $13,8 : 4$;

b) $8,68 : 7$;

c) $169,2 : 8$;

d) $78,2 : 4$;

e) $11,34 : 42$;

f) $14 : 112$;

g) $9,044 : 38$;

h) $53,4 : 15$.

68. Pentru 5 kg de bomboane s-au plătit 281 de lei. Cât costă 3 kg de astfel de bomboane?

69. În 3 ore, un autoturism a parcurs 211,5 km. Ce distanță va parcurge autoturismul în 5 ore dacă se va deplasa cu aceeași viteză?

70. Efectuați:

a) $9,6 : 1,2$;

b) $8,4 : 0,12$;

c) $0,52 : 1,3$;

d) $2,002 : 0,91$;

e) $5,84 : 0,8$;

f) $0,648 : 0,036$;

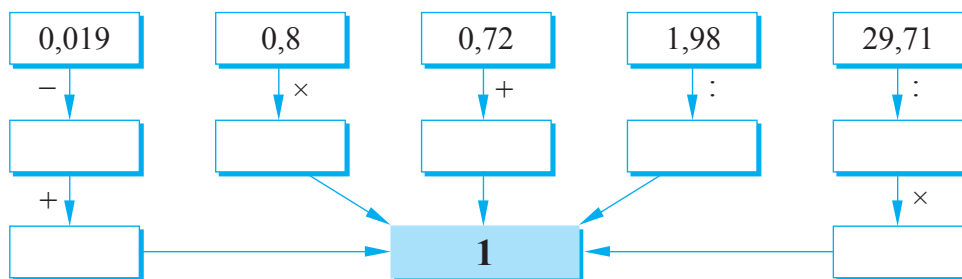
g) $0,561 : 0,33$;

h) $48 : 0,016$.

71. În prima zi, un iaht a parcurs 333,9 km în 12,6 h. În ziua a doua, iahtul a parcurs 298,2 km în 10,5 h. În care dintre aceste zile iahtul s-a deplasat cu o viteză mai mare?



72. Completați casetele cu numere astfel încât să obțineți rezultatul 1:



73. Calculați în modul cel mai eficient:

a) $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5}$;

b) $4\frac{1}{9} \cdot \frac{5}{8} + 3\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{8} + 1\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8}$.

74. Aflați valoarea expresiei:

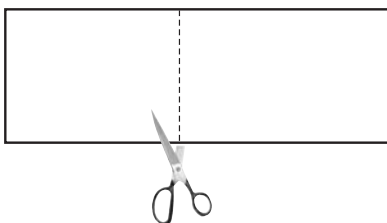
a) $\left(16,5 - 13\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{6}{11} + 2,2 \left(\frac{8}{33} - \frac{1}{11}\right) + 3\frac{2}{11}$;

b) $\left(1\frac{1}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{22}{147} - \left(0,6 : 3\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{2}$.

75. La o fermă de păsări cresc găini, rațe și curcani. Rațele reprezintă 0,42 din numărul tuturor păsărilor, iar curcanii reprezintă $\frac{9}{28}$ din numărul rațelor. Câte păsări erau în total la această fermă, dacă curcani erau 54?



76. O foaie de carton de formă dreptunghiulară, cu lungimea de 41,3 cm, trebuie tăiată în două dreptunghiuri de aceeași lățime astfel încât lungimea unuia dintre dreptunghiuri să fie cu 3,7 cm mai mare decât lungimea celuilalt. Ce lungime va avea fiecare dreptunghi?



77. Completați cu numere potrivite:

a) $\frac{\boxed{}^{(4)}}{\boxed{}} + \frac{\boxed{}^{(3)}}{\boxed{}} = \frac{4+9}{24} = \frac{13}{24};$

b) $\frac{\boxed{}^{(3)}}{\boxed{}} + \frac{\boxed{}^{(2)}}{\boxed{}} = \frac{15+14}{36} = \frac{29}{36};$

c) $\frac{\boxed{}^{(10)}}{\boxed{}} - \frac{\boxed{}^{(6)}}{\boxed{}} = \frac{10-6}{30} = \frac{2}{15};$

d) $\frac{\boxed{}^{(3)}}{\boxed{}} - \frac{\boxed{}^{(2)}}{\boxed{}} = \frac{15-14}{18} = \frac{1}{18}.$

78. Calculați: a) $\frac{9}{50} + \frac{2}{75} - \frac{3}{100};$

b) $\frac{8}{21} + \frac{11}{24} - \frac{5}{27};$

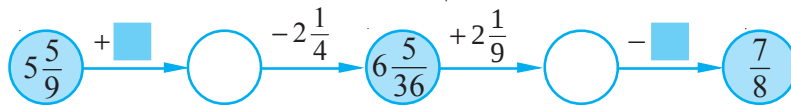
c) $2\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - 1\frac{13}{15};$

d) $5\frac{11}{12} - 1\frac{3}{4} - 2\frac{2}{3}.$

79. **Lucrăm în perechi!**



Reconstituiți lanțul de calcule:



80. Calculați:

a) $\frac{7}{10} + \frac{7}{9} \cdot \frac{27}{35};$

b) $\frac{5}{14} + \frac{3}{8} \cdot \frac{16}{21};$

c) $\frac{3}{16} \cdot \frac{4}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{35};$

d) $1 + \frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{6};$

e) $\frac{5}{12} - \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{16};$

f) $2 - \frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{7}.$

81. Aflați valoarea expresiei:

a) $1\frac{3}{25} \cdot 2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{95};$

b) $4\frac{7}{12} \cdot 1\frac{3}{11} + 1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{11}{64}.$

82. Tata a cumpărat $4\frac{3}{5}$ kg de portocale la prețul de $12\frac{1}{2}$ lei/kg și $8\frac{1}{4}$ kg de mere la prețul de $6\frac{1}{3}$ lei/kg. Pentru care fructe tata a plătit mai mult și cu cât?

83. Scrieți inversul numărului egal cu:

a) suma numerelor $\frac{3}{18}$ și $\frac{7}{12};$

b) câtul numerelor $\frac{7}{20}$ și $\frac{13}{50};$

c) diferența numerelor $8\frac{3}{4}$ și $7\frac{5}{6};$

d) produsul numerelor $1\frac{1}{15}$ și $4\frac{5}{16}.$

84. **Lucrăm în perechi!**



Reproduceți și completați tabelul:

Viteza		$11\frac{1}{2}$ km/h	$15\frac{2}{3}$ km/h
Țimpul	$\frac{3}{4}$ h	$2\frac{2}{3}$ h	
Distanța	$2\frac{2}{5}$ km		4,7 km



85. Completați cu semnul de operație astfel încât egalitatea obținută să fie adevărată:

a) $\frac{6}{7} \bigcirc 1\frac{1}{6} = 1;$



b) $3 \bigcirc 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11};$

c) $\frac{2}{9} \bigcirc \frac{5}{9} = \frac{2}{5};$



d) $1,2 \bigcirc \frac{5}{6} = 1.$

86. În prima cutie sunt $18\frac{2}{3}$ kg de mere, ceea ce constituie cu $3\frac{5}{6}$ kg mai multe decât în cutia a doua. Câte kilograme de mere sunt în cutia a treia, dacă în cele trei cutii sunt în total $50\frac{1}{9}$ kg de mere?

87. Calculați:

a) $\left(2\frac{3}{8} + 3\frac{7}{24}\right) : \left(4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{8}\right);$

b) $\left(5\frac{3}{5} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(7\frac{7}{12} - 2\frac{1}{4}\right).$

88. Lungimea traseului pe care îl parcurge un autobuz în $\frac{7}{10}$ ore este de $20\frac{1}{4}$ km. El circulă cu viteza de 45 km/h și merge 10 stații. Cât timp stă în medie autobuzul în fiecare stație?

89. Aflați numerele naturale situate pe axă între numerele:

a) 1,003 și 6,96;

b) 0,02 și 5,001.

90. Completați cu o cifră astfel încât inegalitatea obținută să fie adevărată:

a) $2, \blacksquare 1 < 2,02;$

b) $6,215 > 6,2 \blacksquare 8;$

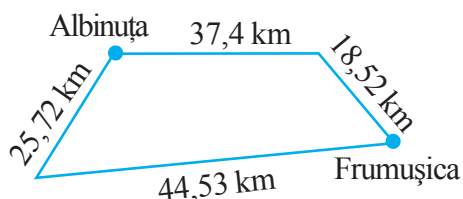
c) $5,4 \blacksquare 8 > 5,49;$

d) $3,7 \blacksquare > 3,78;$

e) $1,1 \blacksquare 8 > 1,192;$

f) $1,895 < 1, \blacksquare 957.$

91. Din satul Albinuța până-n satul Frumușica se poate ajunge pe trasee diferite. Cu câți kilometri își va scurta drumul șoferul dacă va alege traseul cel mai scurt?



92. Completați tabelul cu numere astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie, coloană sau diagonală să fie egală cu 3:

		1,2
	1,4	0,7

93. Completați cu cifre:

a)
$$\begin{array}{r} 17, \blacksquare 4 \\ + \blacksquare \blacksquare, 5 \blacksquare \\ \hline 105,23 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \blacksquare, 53 \blacksquare \\ + 6,9 \blacksquare 8 \\ \hline 20, \blacksquare 27 \\ \hline \blacksquare 0,041 \end{array}$$

94. Completați cu cifre:

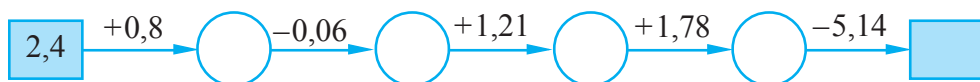
a)
$$\begin{array}{r} 72, \blacksquare \blacksquare \\ - 3 \blacksquare, 59 \\ \hline \blacksquare 2,69 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 9 \blacksquare, 7 \blacksquare 5 \\ - \blacksquare 4, \blacksquare 6 \blacksquare \\ \hline 34,841 \end{array}$$

95. LUCRĂM ÎN PERECHE!



Reconstituiți lanțul de calcule:



96. Comparați:

a) $49,41 + 0,0009$ $49,42 - 0,001$;

b) $0,7001 + 0,0039$ $0,7431 - 0,039$;

c) $67,002 - 56,003$ $10,0999 + 0,8991$.



97. ➤ Magia numerelor

Numerele 2,75 și 8 posedă următoarea proprietate: produsul lor este egal cu suma cifrelor acestor numere.

$$2,75 \cdot 8 = 2 + 7 + 5 + 8 = 22$$

Aflați cel puțin încă o pereche de numere care să posedă această proprietate.

98. Calculați:

a) $5,6 \cdot 0,08 + 2,23 \cdot 2,4$;

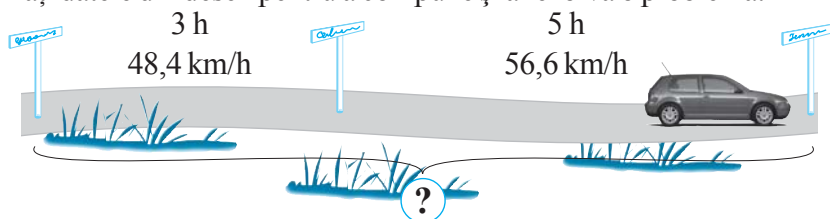
b) $(46 - 34,17) \cdot 0,09$;

c) $(3,126 - 1,7) \cdot (0,15 + 7,4)$;

d) $(9,38 + 5,12) \cdot (8,4 - 3,24)$.

99. O gospodină a vândut 15,8 kg de vișine la preț de 8,5 lei/kg și 20,6 kg de prune la preț de 7,5 lei/kg. Din vânzarea căror fructe gospodina a obținut mai mulți bani și cu cât?

100. Utilizați datele din desen pentru a compune și a rezolva o problemă.



101. În tabel sunt prezentate normele de consum zilnic al proteinelor, grăsimilor și glucidelor pentru un kilogram de masă corporală pentru copiii cu vârsta cuprinsă între 11 și 15 ani.

Proteine	Grăsimi	Glucide
2,6 g	2,3 g	10,4 g



Calculați de câte proteine, grăsimi și glucide:

a) are nevoie pe zi un copil cu masa corporală de 36,9 kg;

b) ai nevoie zilnic tu.

102. Completați cu semnele operațiilor aritmetice:

a) $1,8 \bigcirc 0,5 \bigcirc 0,2 = 2,5$;

b) $1,8 \bigcirc 0,5 \bigcirc 0,2 = 1,5$;

c) $1,8 \bigcirc 0,5 \bigcirc 0,2 = 0,26$;

d) $1,8 \bigcirc 0,5 \bigcirc 0,2 = 0,46$;

e) $1,8 \bigcirc 0,5 \bigcirc 0,2 = 1,9$.

103. Aflați valoarea expresiei:

a) $40 - (2,0592 : 0,072 - 19,63)$;

b) $50 - (2,3256 : 0,068 - 9,38)$;

c) $7,67 : 0,65 - (0,394 + 0,7688) : 0,57$;

d) $6,63 : 0,85 - (34 - 30,9248) : 0,62$.

104. Reconstituiți lanțul de calcule:

a) $(9,88) \xrightarrow{:\square} (3,8) \xrightarrow{-\square} (1,74) \xrightarrow{\cdot\square} (6,09)$;

b) $(6,2) \xrightarrow{\cdot\square} (17,36) \xrightarrow{+\square} (20,1) \xrightarrow{:\square} (1,5)$;

c) $(\square) \xrightarrow{\cdot 0,75} (15) \xrightarrow{-\square} (2,56) \xrightarrow{:\square} (3,2)$.

105. Dintr-o bucată de sârmă a fost confecționat un triunghi cu laturile de 7,5 cm, 8,3 cm și 9,4 cm. Dacă din această bucată de sârmă s-ar confecționa un pătrat, ce lungime ar avea latura acestuia?

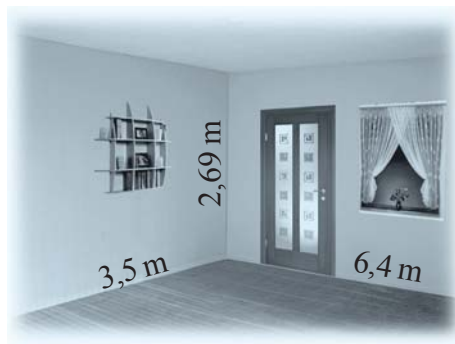
106. Baza piramidei lui Kheops este un pătrat cu latura de 230 m. Turiștii care o admiră se deplasează cu viteza de 0,32 m/s. Vor reuși ei într-o oră să facă turul piramidei?



107. LUCRĂM ÎN PERECHI!  Care dintre pisicuți, cel alb sau cel negru, îl va trezi mai devreme pe dulău? Cu câte minute mai devreme?



- 108.** Pe desen sunt indicate dimensiunile odăii Dănuței, care are podeaua dreptunghiulară. Utilizând datele din desen, determinați:
- câți metri pătrați de mochetă sunt necesari pentru a acoperi podeaua camerei;
 - câte rulouri de tapet sunt necesare pentru a tapeta trei pereți ai odăii (fără peretele ce include ușa și fereastra), dacă un rulou are lungimea de 10 m și lățimea de 0,55 m.



- 109.** Anton a prins 1,5 kg de pește, iar Dinu de 2,4 ori mai mult. Aflați câte kilograme de pește au prins ambii pescari împreună.

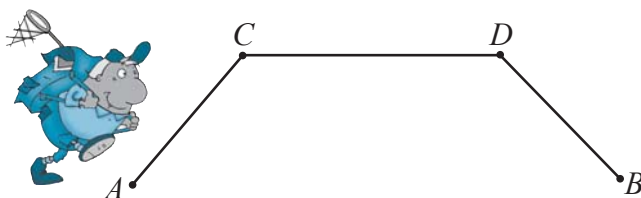
- 110. LUCRĂM ÎN GRUP!**  Proiect *Numerele zecimale în jurul nostru*. Fiecare grup va prezenta un poster cu 5 exemple de aplicare a numerelor zecimale: 1) în familie; 2) la magazin sau la piață; 3) în activitatea părinților; 4) în alte domenii.

- 111.** Pentru amenajarea unui răzor de flori, de forma drapelului național, au fost plantate 75 de lalele roșii, galbene și albastre. O treime din ele erau roșii.
- Câte lalele roșii au fost plantate?
 - Dar albastre?
 - Dar galbene?



PENTRU CAMPIONI

- 112.** Un turist parcurge distanța de la A la B și apoi revine în A în 3 ore 41 min. Drumul (a se vedea desenul) de la A la B conține trei porțiuni: un urcuș, o porțiune dreaptă de drum și un coborâș. Turistul urcă cu viteza de 4 km/h, pe drumul drept se deplasează cu viteza de 5 km/h și coboară cu viteza de 6 km/h. Toată distanța de la A la B este de 9 km. Aflați distanța de la C la D .



- 113.** Scrieți fracția ca diferență a două fracții cu numărătorul 1:
- $\frac{1}{12}$;
 - $\frac{2}{63}$;
 - $\frac{1}{4}$;
 - $\frac{3}{28}$.

114. Calculați:

a) $\left(12\frac{5}{12} + 1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4}\right) : \left(2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{7}{9}\right);$

b) $2\frac{2}{5} : 6\frac{1}{15} + 1\frac{1}{7} - 1\frac{39}{73} \left(5\frac{5}{7} - 5\frac{1}{16}\right).$

115. Reproduceți și completați tabelul cu numere astfel încât produsele numerelor situate pe fiecare coloană, fiecare linie și fiecare diagonală să fie egale între ele:

a)

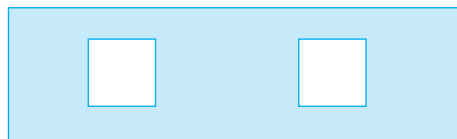
$\frac{1}{32}$		
	$\frac{1}{16}$	
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{8}$

b)

$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{2}$
	1	



116. Dintr-o foaie de carton de forma unui dreptunghi cu lungimea de $2\frac{1}{4}$ dm și lățimea de $\frac{2}{3}$ dm au fost decupate două pătrate de aceeași dimensiuni, cu latura de $\frac{1}{3}$ dm. Care este aria porțiunii de carton rămasă?



117. Câte bucăți de tapet cu lungimea de 13 m și lățimea de 50 cm sunt necesare pentru a tapeta un perete cu dimensiunile de $3\frac{1}{2}$ m și $2\frac{4}{5}$ m?

118. Compuneți un exercițiu similar cu exercițiul **117**, utilizând înmulțirea numerelor zecimale.

119. a) Un giuvaiergiu a împărțit un fir de aur în două bucăți cu aceeași masă. Dintr-o bucată de fir a confecționat un lănișor cu 80 de verigi identice, iar din cealaltă bucată – un lănișor cu 100 de verigi identice. Masa unei verigi din primul lănișor este de 0,12 g. Care este masa unei verigi din lănișorul al doilea?

b) Compuneți și rezolvați o problemă similară. Cereți să se afle numărul de verigi din primul lănișor.

120. Două albine au zburat concomitent dintr-un stup în direcții opuse. Peste 0,15 ore, distanța dintre ele era de 6,3 km. Una dintre albine zbura cu viteza de 21,6 km/h. Aflați viteza celeilalte albine.





Test sumativ

Timp efectiv de lucru:
45 de minute

Varianta I

1. Fie numerele:

$$2,3; \frac{2}{5}; -1,25; 1\frac{1}{4}; 2,5; 2\frac{1}{3}; -\frac{4}{5}.$$

- a) Scrieți numerele opuse.
b) Scrieți numerele reciproc inverse.
Argumentați.
c) Comparați:

$$2,3 \bigcirc 2\frac{1}{3}.$$

d) Aflați suma numerelor:

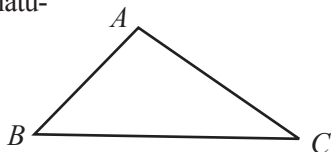
$$\frac{2}{5}; -1,25; 2,5.$$

2. Calculați:

a) $6\frac{5}{8} + 1\frac{7}{12};$ b) $-\frac{11}{12} + \frac{7}{8};$

c) $\left(-\frac{5}{16}\right) \cdot \frac{8}{25};$ d) $\frac{5}{7} : 1\frac{1}{14}.$

3. În triunghiul ABC , lungimea laturii AB este de 72,6 m și reprezintă $\frac{3}{4}$ din lungimea laturii AC .



- a) Aflați lungimea laturii AC .
b) Aflați lungimea laturii BC , dacă perimetrul triunghiului ABC este de 300 m.

c) Trei case noi sunt situate în vârfurile triunghiului ABC . Casa situată în vârful C este conectată la internet. Trebuie de tras cablu de la casa din C spre casele situate în A și B . Sunt posibile două variante: 1) prin segmentele CB și CA ; 2) prin segmentele CA și AB . Care dintre variante este mai convenabilă? Câți metri de cablu pot fi economisiți?

Varianta II

1. Fie numerele:

$$3,6; \frac{5}{8}; 2,75; -2\frac{3}{4}; 1,6; 3\frac{2}{3}; 1,3.$$

- a) Scrieți numerele opuse.
b) Scrieți numerele reciproc inverse.
Argumentați.
c) Comparați:

$$3,6 \bigcirc 3\frac{2}{3}.$$

d) Aflați suma numerelor:

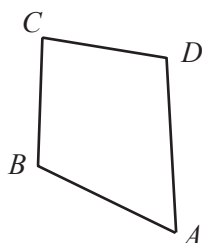
$$-2\frac{3}{4}; 1,6; 1,3.$$

2. Calculați:

a) $1\frac{8}{9} + 3\frac{4}{15};$ b) $-\frac{7}{16} + \frac{5}{24};$

c) $\frac{12}{35} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right);$ d) $\frac{11}{12} : 1\frac{7}{15}.$

3. În patrulaterul $ABCD$, lungimea laturii AB este de 2,1 km și reprezintă $\frac{7}{8}$ din lungimea laturii AD .



- a) Aflați lungimea laturii AD .
b) Aflați lungimea laturii DC , dacă $BC = 1,8$ km și perimetrul patrulaterului este de 7,55 km.
c) Ana locuiește în casa situată în vârful A , iar școala este situată în vârful C al patrulaterului $ABCD$. De acasă până la școală Ana se poate deplasa cu troleibuzul în două moduri: 1) de la stația din punctul A până la B și apoi de la B la C ; 2) de la A la stația din punctul D și apoi de la D la C . Care dintre aceste două drumuri este mai scurt și cu câți kilometri?

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	33–32	31–29	28–26	25–20	19–15	14–11	10–8	7–5	4–3	2–0

RAPOARTE ȘI PROPORȚII

- 
- §1. Rapoarte
 - §2. Proporții
 - §3. Mărimi direct proporționale
 - §4. Mărimi invers proporționale
 - §5. Procente
 - §6. Rezolvarea problemelor cu procente
 - §7. Elemente de probabilități și de organizare a datelor

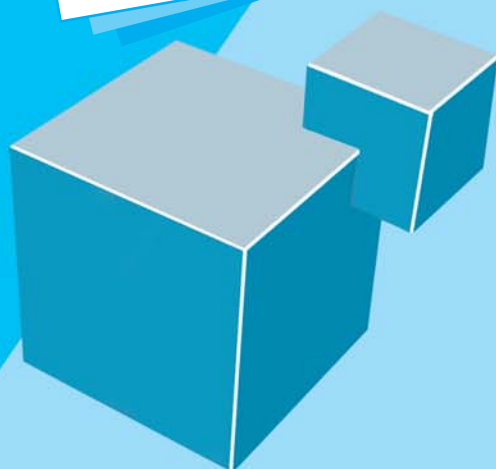
1

2

3

4

5



§1 Rapoarte

1.1. Raportul a două mărimi de același fel

Cercetăm și descoperim

1 Primăvara, Mihai și Petru au semănat pepeni galbeni pe două parcele cu aceeași suprafață. Vara, Mihai a cules în total cu 30 de pepeni mai mulți decât Petru.

Putem afirma oare că Mihai a strâns o roadă mult mai mare decât Petru?

Explicăm

Pentru a răspunde cu certitudine la întrebare, nu sunt date suficiente.

Să examinăm două cazuri:



Cazul I

Mihai	—	45 de pepeni	$\rightarrow \frac{45}{15} = 3$
Petru	—	15 pepeni	

Mihai a cules de 3 ori mai mulți pepeni decât Petru, deci Mihai a strâns o roadă mult mai mare decât Petru.

Cazul II

Mihai	—	130 de pepeni	$\rightarrow \frac{130}{100} = 1,3$
Petru	—	100 de pepeni	

Mihai a cules de 1,3 ori mai mulți pepeni decât Petru, deci Mihai nu a strâns o roadă mult mai mare decât Petru.

Deseori, pentru a determina „cât de mare” este un număr față de alt număr, folosim împărțirea.

2 De câte ori lungimea dreptunghiului din imagine este mai mare decât lățimea lui?

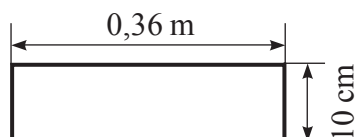
$$0,36 \text{ m} = 36 \text{ cm}$$

Rezolvare:

Calculăm și scriem:

$$36 \text{ cm} : 10 \text{ cm} = 3,6 \quad \text{sau} \quad \frac{36 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 3,6$$

Răspuns: de 3,6 ori.



Rețineți!

Scrierea $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere, $b \neq 0$, se numește **raport**.

Ea indică împărțirea $a : b$.

Numărătorul raportului $\rightarrow a$
Numitorul raportului $\rightarrow b$ termenii raportului

Valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este rezultatul împărțirii $a : b$.

Două **rapoarte sunt egale** dacă valorile lor sunt egale.

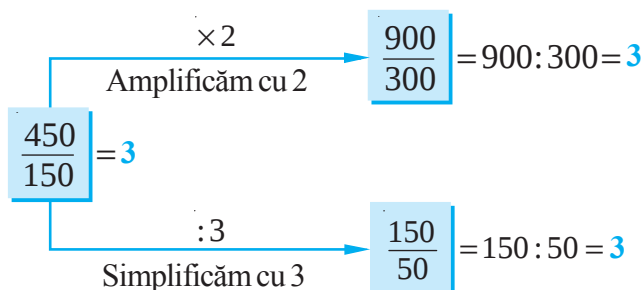
Raportul $\frac{a}{b}$ se mai notează $a : b$.

Prin urmare, $\frac{45}{15}$, $\frac{110}{100}$, $\frac{36}{24}$, $\frac{1,5}{10}$, $\frac{6,3}{2,5}$ sunt rapoarte. Frațiile de asemenea sunt rapoarte.

3 Cum se va schimba valoarea raportului $\frac{450}{150}$ dacă fiecare termen:

- se înmulțește cu 2;
- se împarte la 3?

Rezolvare:



Rețineți!

A amplifica un raport cu un număr nenul înseamnă a înmulți numărătorul și numitorul acestui raport cu acest număr.

$$\frac{2,3}{1,4} \xrightarrow[\text{cu } 5]{\text{amplificăm}} \frac{5 \cdot 2,3}{5 \cdot 1,4} = \frac{11,5}{7}$$

A simplifica un raport cu un număr nenul înseamnă a împărți numărătorul și numitorul acestui raport la acest număr.

$$\frac{0,3}{31} \xrightarrow[\text{cu } 10]{\text{simplificăm}} \frac{0,3 : 10}{31 : 10} = \frac{0,03}{3,1}$$

Amplificarea, simplificarea raportului nu schimbă valoarea lui.

Dacă valorile a două mărimi sunt exprimate în diferite unități de măsură, atunci, pentru a afla valoarea raportului dintre ele, mai întâi le vom exprima în aceeași unitate de măsură.

1.2. Raportul a două mărimi diferite

Cercetăm și descoperim

1 3 kg de miere costă 135 de lei.
Cât costă 5 kg de miere?

Rezolvare:

Calculăm prețul mierii:

$$\begin{array}{l} \text{Costul} \rightarrow \frac{135 \text{ lei}}{3 \text{ kg}} = \frac{45 \text{ lei}}{1 \text{ kg}} = 45 \text{ lei/kg} \leftarrow \text{Prețul} \\ \text{Masa} \rightarrow \end{array}$$

Notăția 45 lei/kg
se citește
„45 de lei kilogramul”.

Costul a 5 kg de miere: $45 \cdot 5 = 225$ lei.

Răspuns: 225 de lei.



Rețineți!

Raportul a două mărimi diferite este o nouă mărime.
Valoarea lui este numită **raport unitar**.

Raportul dintre costul mierii și masa ei este o nouă mărime – prețul mierii.

2 Un avion a parcurs distanța de la Budapesta la Chișinău (720 km) într-o oră și 40 de minute.

Cu ce viteză medie a zburat avionul?

Rezolvare:

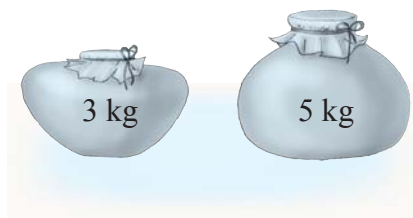
$$\text{Viteza (v)} = \frac{\text{Distanța (d)}}{\text{Timpul (t)}}$$

$$1 \text{ h } 40 \text{ min.} = 100 \text{ min.} = 6\,000 \text{ s}$$

$$720 \text{ km} = 720\,000 \text{ m}$$

$$\text{Deci, } v = \frac{720\,000 \text{ m}}{6\,000 \text{ s}} = 120 \text{ m/s.}$$

Răspuns: 120 m/s. (Citim: 120 de metri pe secundă.)



3 Pentru a prepara dulceață din coacăză neagră, la 9 kg de fructe proaspete se pun 7 500 g de zahăr.

a) Care este valoarea raportului dintre cantitatea de fructe și cea de zahăr?

b) Cât zahăr este necesar pentru 12 kg de coacăză?

Rezolvare:

Transformăm: 7 500 g = 7,5 kg.

a)

Termenii raportului → $\frac{9}{7,5}$ Raport = 1,2 ← Valoarea raportului

b) Fie x cantitatea de zahăr necesară.

Atunci $\frac{12}{x} = 1,2$.

Prin urmare, $x = 12 : 1,2 = 10$ (kg).

Răspuns: a) 1,2; b) 10 kg.

• Care va fi valoarea raportului obținut după înmulțirea fiecărui termen al raportului $\frac{9}{7,5}$ cu 3?

• *Adevărat sau Fals?*

a) Orice fracție este un raport.

b) Orice raport este o fracție.



Observăm și comentăm

4 Din 1,5457 t de minereu se obțin 188,5 kg de cupru. Care este valoarea raportului dintre cantitatea de minereu și cantitatea de cupru obținută?

Rezolvare:

$$\frac{1545,7}{188,5} = 8,2$$

Răspuns: 8,2.

$1,5457 \text{ t} = 1545,7 \text{ kg}$

Aplicăm

• Aflați valoarea raportului dintre:

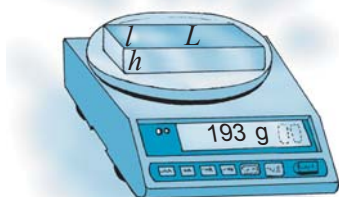
a) 120 m și 800 cm; b) 600 kg și 300 g; c) 2 160 min. și 12 h.



5 Examinați imaginea și stabiliți care metal prețios este mai greu: aurul sau argintul (ambele bucăți au formă de cuboid)?

Aur

$$L = 5 \text{ cm}, l = 2 \text{ cm}, h = 1 \text{ cm}$$



Argint

$$L = 5 \text{ cm}, l = 2 \text{ cm}, h = 2 \text{ cm}$$



Rezolvare:

① Calculăm volumele corpurilor:

$$V_{\text{Aur}} = 2 \cdot 5 \cdot 1 = 10 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$V_{\text{Argint}} = 2 \cdot 5 \cdot 2 = 20 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

② Calculăm cât cântărește 1 cm³ de metal, adică **densitatea** metalelor:

$$V_{\text{cub}} = L \cdot l \cdot h$$

$$\text{Aur: } \begin{array}{l} \text{Masa} \longrightarrow \\ \text{Volumul} \longrightarrow \end{array} \frac{193 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} = 19,3 \text{ g/cm}^3 \longleftarrow \text{Densitatea}$$

$$\text{Argint: } \frac{208 \text{ g}}{20 \text{ cm}^3} = 10,4 \text{ g/cm}^3$$

$$19,3 > 10,4$$

Răspuns: Aurul este mai greu decât argintul.

6 Într-o cană se află ceai cu zahăr. Masa ceaiului este de 200 g, iar cea a zahărului este de 25 g. Care este concentrația soluției, adică concentrația ceaiului cu zahăr?

Rezolvare:

Calculăm concentrația soluției:

$$C = \frac{\text{masa zahărului}}{\text{masa ceaiului}} = \frac{25 \text{ g}}{200 \text{ g}} = \frac{1}{8}.$$

Deci, concentrația ceaiului cu zahăr este $\frac{1}{8} = 0,125$.





Rețineți!

- ◆ Raportul unitar dintre masa și volumul unui metal este **densitatea** acestuia și se notează cu litera grecească ρ (se citește „ro”).
 $\rightarrow \text{Densitatea } (\rho) = \frac{\text{Masa } (m)}{\text{Volumul } (V)}$
- ◆ Raportul unitar dintre costul și cantitatea sau masa unui produs este **prețul** produsului.
 $\rightarrow \text{Prețul } (P) = \frac{\text{Costul } (c)}{\text{Masa } (m)}$
- ◆ Raportul unitar dintre distanța parcursă de un corp și timpul parcurgerii acestei distanțe este **viteza** de mișcare a corpului.
 $\rightarrow \text{Viteza } (v) = \frac{\text{Distanța } (d)}{\text{Timpul } (t)}$
- ◆ Raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției este **concentrația unei soluții**.
 $\rightarrow C = \frac{\text{masa substanței } (m_1)}{\text{masa soluției } (m)}$

Aplicăm

- Care este prețul zahărului, dacă 25 kg de zahăr costă 365 de lei?
- Care este viteza medie a unui automobil, dacă acesta parcurge 385 km în 3 h 30 min.?

1.3. Șiruri de rapoarte egale

Cercelăm și descoperim

Mama a cumpărat 2 kg de făină cu 26,6 lei, apoi 3 kg cu 39,9 lei, și a treia oară – 4 kg de făină cu 53,2 lei.

- Arătați că de fiecare dată mama a cumpărat făină la același preț.
- Cât costă 1 kg de făină?

Rezolvare:

a) Prima oară – $\frac{26,6}{2} = 13,3 \text{ (lei/kg)}$; A doua oară – $\frac{39,9}{3} = 13,3 \text{ (lei/kg)}$;

A treia oară – $\frac{53,2}{4} = 13,3 \text{ (lei/kg)}$.

Obținem un șir de rapoarte egale: $\frac{26,6}{2} = \frac{39,9}{3} = \frac{53,2}{4}$.

- Valoarea fiecărui raport este 13,3, deci 1 kg de făină costă 13,3 lei.

**Rețineți!**

Trei sau mai multe rapoarte care au aceeași valoare formează **un șir de rapoarte egale**.

Aplicăm

Rapoartele $\frac{3}{4}$, $\frac{4,5}{6}$, $\frac{18,3}{24,4}$ au aceeași valoare – 0,75. Deci, ele formează un șir de rapoarte egale. Scriem: $\frac{3}{4} = \frac{4,5}{6} = \frac{18,3}{24,4}$.

**Rețineți!**

Dacă $\frac{a_1}{b_1} = k$, $\frac{a_2}{b_2} = k$, $\frac{a_3}{b_3} = k$, ..., $\frac{a_n}{b_n} = k$, atunci aceste n rapoarte formează șirul de rapoarte egale $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$.

Aplicăm

1 Scrieți un șir din cinci rapoarte egale:

Rezolvare:

$$\frac{5}{4} = \frac{\square}{4,8} = \frac{3,5}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}.$$

2 Fie șirul de rapoarte egale $\frac{2}{3} = \frac{7}{10,5} = \frac{3}{4,5}$.

Comparați valoarea lor cu valoarea raportului $\frac{2+7+3}{3+10,5+4,5}$.

Rezolvare:

$$\frac{2+7+3}{3+10,5+4,5} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Deci, } \frac{2}{3} = \frac{7}{10,5} = \frac{3}{4,5} = \frac{2+7+3}{3+10,5+4,5}.$$

**Rețineți!**

Dacă $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$, atunci

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n}.$$

Aplicăm

3 Se știe că $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{8}$ și $a + b + c = 2$, $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Aflați numerele a , b și c .

Rezolvare:

Pornim de la relația $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{8} = \frac{a+b+c}{\square + \square + \square}$ și, ținând cont că $a + b + c = 2$, obținem $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{8} = \frac{2}{\square}$.

Egalăm succesiv fiecare dintre primele trei rapoarte cu $\frac{2}{\square}$ și obținem: $\frac{a}{2} = \frac{2}{\square}$, de unde $a = \square$; $\frac{b}{5} = \frac{2}{\square}$, de unde $b = \square$; $\frac{c}{8} = \frac{2}{\square}$, de unde $c = \square$.

Răspuns: $a = \square$; $b = \square$; $c = \square$.

Exerciții și probleme



1. Formați rapoartele ai căror termeni sunt numere din mulțimea:

- a) {2, 3, 4};
- b) {5, 11, 8};
- c) {0,1; 4; 6};
- d) {9; 2,5; 1; 2}.

Model:

a) $\frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{4}{4}$.

2. a) Selectați fracțiile dintre rapoartele: $\frac{1}{3}$; $\frac{14}{5}$; $\frac{2}{2,1}$; $\frac{4}{1}$; $\frac{9,5}{6}$; $\frac{1}{2,7}$; $\frac{0,3}{0,4}$.

b) Care este deosebirea dintre un raport și o fracție?

3. Calculați oral valoarea raportului:

- a) $\frac{18}{3}$; b) $\frac{50}{100}$; c) $\frac{3}{1000}$; d) $\frac{4,11}{10}$.

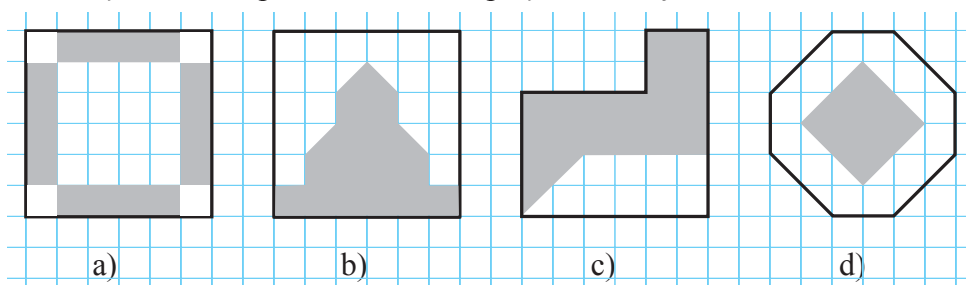
4. a) Amplificați raportul $\frac{3,1}{7}$ cu 0,1. b) Simplificați raportul $\frac{4,2}{10}$ cu 10.

c) Amplificați raportul $\frac{2,6}{3,8}$ cu 3. d) Simplificați raportul $\frac{35}{10}$ cu 5.

5. Restabiliți șirul de rapoarte egale:

- a) $\frac{2}{5} = \frac{\square}{10} = \frac{6}{\square} = \frac{\square}{25} = \frac{18}{\square}$;
- b) $\frac{9}{\square} = \frac{18}{8} = \frac{\square}{2} = \frac{36}{\square} = \frac{\square}{20}$.

6. Calculați valoarea raportului dintre aria părții colorate și a celei necolorate:



7. Comparați x și y , dacă:

a) $\frac{x}{y} = \frac{31}{26}$; b) $\frac{x}{y} = 0,9$; c) $y = \frac{7}{8}x$; d) $x = 2,3y$.

8. Calculați valoarea raportului dintre:

- a) 3 m și 15 cm; b) 3 h și 45 min.; c) 7,5 kg și 250 g;
d) numărul de zile ale lunilor mai și august;
e) cel mai mare număr natural de 3 cifre și cel mai mic număr natural de 2 cifre.

9. Care este raportul dintre numărul fetelor și numărul băieților din clasa voastră?

10. Comparați rapoartele:

a) $\frac{2,1}{10} \bullet \frac{3,8}{10}$;

c) $\frac{6,6}{5,5} \bullet \frac{0,66}{0,55}$;



b) $\frac{3}{7} \bullet \frac{4}{9}$;

d) $\frac{11}{0,5} \bullet \frac{5}{0,2}$.

11. Într-o cratiță cu 4 l de apă o gospodină a pus 3 linguri de sare, iar în altă cratiță cu 3 l de apă – 2 linguri de sare. Care soluție este mai sărată?

12. Cine are o productivitate mai mare?

a) Anuța culege 25 de panere cu struguri în 4 h, iar Petruț – 29 de panere cu struguri în 5 h.

Productivitatea muncii este cantitatea de muncă efectuată într-o unitate de timp.

b) Meșterul Ciocănel bate 152 de cuie în 8 h, iar meșterul Cuișor – 126 de cuie în 7 h.

c) Știetot rezolvă corect 244 de exerciții în 400 min., iar Știemult rezolvă corect 300 de exerciții în 10 h.

d) Gură-Spartă rostește 1234 de cuvinte în 3 min., iar Limbă-Lungă – 4321 de cuvinte în 12 min.

e) Papăbine mănâncă 3 kg de tort în 7 min. 30 s, iar Papămult – 5 kg 200 g de tort în 15 min. 15 s.

13. Calculați valoarea raportului:

a) $\frac{9}{1,6}$; b) $\frac{4,92}{1,23}$; c) $\frac{23,32}{8,8}$; d) $\frac{50,4}{7,2}$.

14. Amplificați cu 4 rapoartele de la exercițiul 13 și calculați valoarea rapoartelor obținute.

15. Restabiliți șirul de rapoarte egale:

a) $\frac{2}{5} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{0,5} = \frac{4,8}{\square} = \frac{\square}{0,05}$;

b) $\frac{\square}{0,2} = \frac{6}{\square} = \frac{12}{2} = \frac{7,2}{\square} = \frac{\square}{0,02}$.

16. Calculați valoarea raportului dintre:

a) 3 kg și 150 g;

b) 2,5 m și 125 mm;

c) 6 h și 45 min.;

d) 14 cm și 50 m.

17. Comparați rapoartele:

a) $\frac{6}{10}$ și $\frac{61}{100}$;



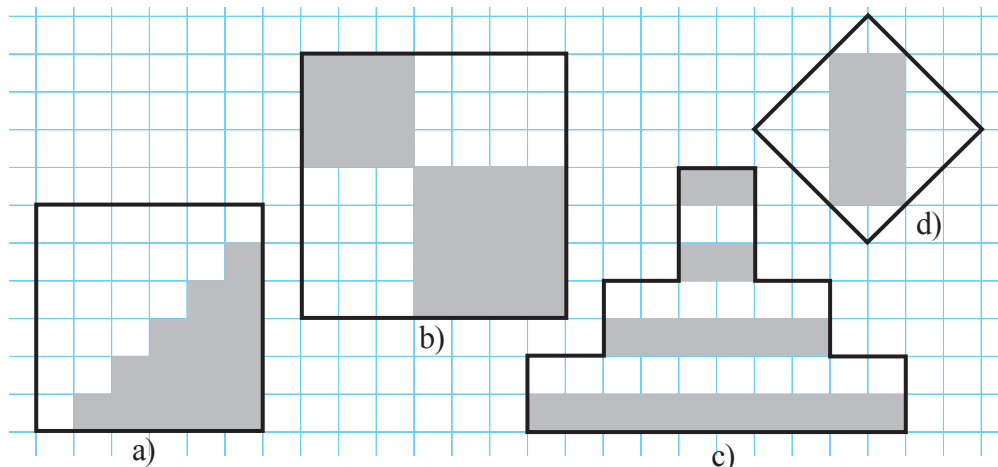
b) $\frac{3,6}{0,6}$ și $\frac{10,2}{1,7}$;

c) $\frac{9,6}{4,8}$ și $\frac{11,44}{5,2}$;

d) $\frac{1}{0,8}$ și $\frac{2}{0,25}$.

18. Într-o clasă cu 32 de elevi sunt 12 băieți. Care este valoarea raportului dintre numărul băieților și cel al fetelor?

19. Calculați valoarea raportului dintre aria părții colorate și aria părții necolorate:



20. Într-un vas se află o soluție de apă cu sare. Masa soluției este de 300 g, iar cea a sării este de 75 g. Care este concentrația soluției?

21. Calculați cantitatea de grăsime conținută în 500 g de smântână, dacă concentrația ei este de 0,15.



22. Cum se va schimba valoarea unui raport dacă unul dintre termeni se va mări de 3,5 ori? Cercetați ambele cazuri.
23. Construiți un dreptunghi pentru care valoarea raportului dintre lungimile laturilor lui este egală cu: a) 2; b) $\frac{2}{3}$; c) 1,8; d) 0,5.
24. Pentru a obține mortar de calitate, se recomandă a amesteca 2 părți de ciment și 5 părți de nisip. De cât nisip este nevoie pentru 300 kg de ciment?
25. O sfoară are lungimea de 17,35 m. Se taie din ea o bucată de 3,75 m și încă una cu 15 cm mai mică decât prima.
a) Aflați lungimea sforii rămase.
b) Calculați valoarea raportului dintre lungimea întregii sfori și lungimea sforii rămase.
26. Care este densitatea unui corp cu: a) volumul de 3 cm^3 și masa de 12,42 g;
b) volumul de $0,07 \text{ m}^3$ și masa de 91 kg;
c) volumul de $8,4 \text{ m}^3$ și masa de 54,6 tone?
27. Care este prețul merelor, dacă pentru 3,5 kg s-au plătit 36 de lei și 75 de bani?
28. Calculați valoarea expresiei:
a) $\frac{3m+4n}{4n}$, dacă $\frac{m}{n} = 2,4$; b) $\frac{5b}{5b-2a}$, dacă $\frac{a}{b} = 5$.
29. Aflați valoarea raportului dintre ariile a două dreptunghiuri cu dimensiunile de 2,5 cm, 4 cm și 3 cm, 6 cm.
30. Care este viteza de mișcare a trenului, dacă el a parcurs 1 050 km în 12 ore și 30 min.?
31. Punctul C aparține segmentului AB de 15 cm, astfel încât $\frac{AC}{BC} = 0,25$.
Aflați AC și BC .
32. Bunica folosește la prepararea dulciurilor o soluție de apă cu miere cu concentrația de 0,1 și masa de 450 g.
a) Calculați cantitatea de miere dizolvată pentru obținerea soluției.
b) Dacă în această soluție se adaugă 50 g de apă, care va fi concentrația noii soluții?
33. Calculați titlul unui aliaj care conține 40 g de aur și 280 g de cupru.



Titlul aliajului este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

34. Verificați dacă $\frac{2}{5} = \frac{1}{2,5} = \frac{40}{100} = \frac{0,7}{1,75}$.

35. Aflați termenii necunoscuți din șirurile de rapoarte egale:

a) $\frac{1}{x} = \frac{2}{8} = \frac{3}{y} = \frac{z}{40}$;

b) $\frac{x}{1} = \frac{1,2}{3,6} = \frac{6}{y} = \frac{z}{4,5}$.

36. Pentru prepararea hranei, la cantina școlii s-au procurat în prima zi 18 kg de cartofi pentru care s-au plătit 172,8 lei. A doua zi s-au procurat de 2 ori mai mulți decât în prima zi, iar în ziua a treia – de 3 ori mai puțini decât în prima zi.

a) Aflați câte kilograme de cartofi s-au procurat în a doua zi și în a treia zi.

b) Aflați cât s-a plătit în ziua a doua și cât s-a plătit în ziua a treia pentru cartofi.

c) Scrieți șirul de rapoarte egale obținute conform condiției problemei.

37. Înălțimea machetei unei clădiri este de 40 cm. Știind că raportul dintre înălțimea machetei și înălțimea reală este egal cu $\frac{2}{500}$, aflați înălțimea reală a clădirii.

38. **Lucrăm în perechi!**  Raportul dintre distanța pe hartă și distanța reală este $\frac{1}{1000\,000}$. Determinați:

a) distanța dintre două localități, în kilometri, dacă distanța pe hartă este de 4 cm;

b) distanța pe hartă dintre Chișinău și Ungheni, în centimetri, dacă distanța reală este de 120 km.

39. Suma numerelor x, y și z este 2 020. Aflați numerele x, y, z , dacă:

a) $\frac{x}{100} = \frac{y}{52} = \frac{z}{50}$;

b) $\frac{x}{3,5} = \frac{y}{6,5} = \frac{z}{91}$.

40. Fie $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = 5$. Calculați $15 - \frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$.

41. Suma numerelor a, b și c este 1000. Aflați numerele a, b, c , dacă $\frac{2}{a} = \frac{6}{b} = \frac{12}{c}$.

42. Ce salariu lunar are domnul Moraru, dacă salariul său se raportează la coșul minim de consum de 1 760 lei ca 7:4?

43. Determinați raportul numerelor $a = 10^3 - 10^2 - 10$ și $b = 5 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 9)$.

44. Fie $\frac{a}{x} = 5$ și $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$. Calculați $\frac{a+b+c}{x+y+z}$.

45. Arătați că are loc relația $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n}$.

§2 Proportii

Cercetăm și descoperim

1 Pentru a prepara dulceață, mama a cumpărat 1,5 kg de zmeură și a plătit 39 de lei, iar bunica a mai cumpărat 2 kg de zmeură și a plătit 52 de lei. Au cumpărat oare zmeură cu același preț mama și bunica?

Rezolvare:

Pentru a determina prețul 1 kg de zmeură cumpărată de mama și bunica, trebuie să aflăm respectiv câturile: $39 : 1,5$ și $52 : 2$.

Din calcule rezultă că în ambele cazuri prețul 1 kg de zmeură este de 26 de lei. Deci, aceste câturi sunt egale. Prin urmare, se poate scrie $39 : 1,5 = 52 : 2$ sau $\frac{39}{1,5} = \frac{52}{2}$.

Astfel de egalități se numesc **proportii**.

2 Domnul Bănuț vrea să cumpere suc de fructe exotice, dar, neapărat, pe cel cu prețul mai mic. Observați datele din imagine și ajutați-l să aleagă.

Rezolvare:

$$750 \text{ ml} = 0,75 \text{ l}$$

Care preț este mai mic?

$$\begin{array}{rcl} 2 \text{ l} & \text{—} & 24 \text{ lei} \\ 0,75 \text{ l} & \text{—} & 9 \text{ lei} \end{array}$$

$$\frac{24 \text{ lei}}{2 \text{ l}}$$



lei/l



$$\frac{9 \text{ lei}}{0,75 \text{ l}}$$



lei/l

Egalitatea $\frac{24}{2} = \frac{9}{0,75}$ este o **proporție**.



24 lei



9 lei

$$\text{Preț} = \frac{\text{Costul}}{\text{Cantitatea}}$$

Rețineți!

- ◆ Egalitatea a două rapoarte se numește **proporție**.
- ◆ Cele patru numere care formează proporția se numesc **termeni ai proporției**.
- ◆ Termenii a și d ai proporției $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se numesc **extremi**, iar termenii b și c – **mezi**.

Citim: „ a se raportează la b la fel cum c se raportează la d ”.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a : b = c : d$$

extremi

mezi

3 Comparați produsul extremilor cu produsul mezilor proporției:

a) $\frac{18}{6} = \frac{1,2}{0,4}$; b) $\frac{2,5}{5} = \frac{5}{10}$.

Rezolvare:

a) $\frac{18}{6} = \frac{1,2}{0,4} \rightarrow \frac{18 \cdot 0,4}{6 \cdot 1,2} = 7,2$ b) $\frac{2,5}{5} = \frac{5}{10} \rightarrow \frac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \square$

Rețineți!

Proprietatea fundamentală a proporției

Produsul extremilor proporției este egal cu produsul mezilor proporției, adică

dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, atunci $a \cdot d = b \cdot c$.

Aplicăm

4 Aflați termenul necunoscut al proporției $\frac{0,3}{0,2} = \frac{x}{40}$.

Rezolvare:

Conform proprietății fundamentale a proporției, $0,3 \cdot 40 = 0,2 \cdot x$.

Obținem: $x = \frac{0,3 \cdot 40}{0,2} = 60$.

Răspuns: $x = 60$.

5 a) Se poate oare alcătui o proporție cu numerele 4, 36, 18, 8?

b) Dar cu numerele 16, 2, 4, 12?

Rezolvare:

① Ordonăm crescător numerele:

a) 4, 8, 18, 36;

b) 2, 4, 12, 16.

② Comparăm produsul dintre cel mai mare și cel mai mic număr cu produsul celorlalte două numere:

a) $\boxed{4 \cdot 36} = \boxed{8 \cdot 18}$
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$
 $144 = 144$

b) $\boxed{2 \cdot 16} \neq \boxed{4 \cdot 12}$
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$
 $32 \neq 48$

Răspuns: a) Da, putem obține, de exemplu,

b) Nu putem obține o proporție.

proporția $\frac{4}{8} = \frac{18}{36}$.

• Obțineți și alte proporții cu numerele 4, 8, 18, 36.



Rețineți!

Cu patru numere nenule, putem obține o proporție dacă și numai dacă produsul dintre cel mai mic număr și cel mai mare număr este egal cu produsul celorlalte două numere.

6 Scara unei hărți este 1 : 25 000 000.

Ce distanță este între Chișinău și Varșovia, dacă, pe hartă, distanța dintre aceste orașe este de 3,5 cm?

Rezolvare:

Fie x distanța căutată.

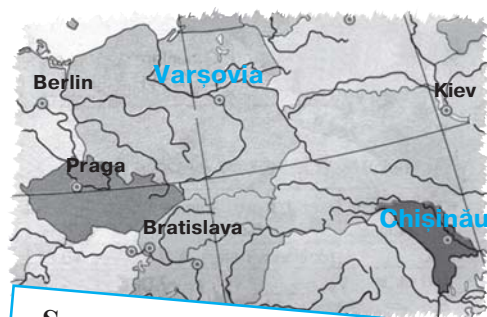
Scriem proporția:

$$\frac{1}{25\,000\,000} = \frac{3,5}{x}$$



$$x = 3,5 \cdot 25\,000\,000 \text{ (cm)} = 87\,500\,000 \text{ (cm)} = 875 \text{ (km)}.$$

Răspuns: 875 km.



Scara hărții (sau a unui desen) exprimă raportul dintre orice lungime de pe hartă (sau desen) și lungimea corespunzătoare din realitate.

Deci, 1 : a semnifică faptul că, în realitate, orice lungime este de a ori mai mare decât pe hartă (sau desen).

7 LUCRĂM ÎN PERECHE!



Dintr-un raport se poate obține o proporție, prin amplificarea sau simplificarea raportului cu un număr.

a) Amplificați raportul $\frac{2}{5}$ cu 0,2. Ce proporție obțineți?

b) Simplificați raportul $\frac{2}{5}$ cu 0,2. Ce proporție obțineți?

Exerciții și probleme

1. Determinați oral care sunt extremii și care sunt mezii proporției:

a) $\frac{4}{9} = \frac{2}{4,5}$; b) $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$; c) $\frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$; d) $\frac{7}{6} = \frac{21}{1,8}$.

2. Formați proporții cu rapoartele:

a) $\frac{1}{4}$, $\frac{0,3}{6}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{0,5}{10}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{0,3}{1,2}$, $\frac{10}{22,5}$, $\frac{1,5}{2}$;

b) $\frac{1,4}{0,2}$, $\frac{7}{0,28}$, $\frac{1,8}{6}$, $\frac{0,09}{0,3}$, $\frac{0,63}{0,09}$, $\frac{6}{1,8}$, $\frac{2}{0,08}$, $\frac{30}{9}$.

3. Scrieți o proporție în care valoarea fiecărui raport este:

a) 3; b) 5; c) 0,4; d) 1,5; e) $\frac{2}{3}$; f) $\frac{6}{5}$; g) 1.

4. Aflați termenul necunoscut al proporției:

a) $\frac{2}{x} = \frac{8}{4}$; b) $\frac{x}{27} = \frac{2}{3}$; c) $\frac{2}{5} = \frac{5}{x}$; d) $\frac{9}{0,8} = \frac{x}{1,6}$; e) $\frac{x}{4} = \frac{3}{10}$.

5. LUCRĂM ÎN PERECHI!



Ariciul formează proporții înmulțind sau împărțind numărătorul și numitorul unui raport la un oarecare număr nenul. Formați și voi proporții pornind de la raportul:

$$\begin{array}{l} \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2 \cdot 0,5}{5 \cdot 0,5} = \frac{1}{2,5} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{1}{2,5} \\ \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2 : 0,4}{5 : 0,4} = \frac{5}{12,5} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{5}{12,5} \end{array}$$



a) $\frac{1}{10}$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{0,6}{1,2}$.

6. Următoarele numere sunt termenii unei proporții. Scrieți proporția:

a) $\boxed{6,2}$ $\boxed{6,4}$ $\boxed{6,08}$ $\boxed{5,89}$; b) $\boxed{37,8}$ $\boxed{21}$ $\boxed{44}$ $\boxed{79,2}$;

c) $\boxed{1080}$ $\boxed{675}$ $\boxed{1240}$ $\boxed{1984}$; d) $\boxed{0,06}$ $\boxed{0,4}$ $\boxed{0,3}$ $\boxed{0,08}$.

• Câte soluții are problema?

7. Utilizând egalitățile produselor, formați proporții:

a) $6 \cdot 16 = 48 \cdot 2$;

b) $12 \cdot 12 = 18 \cdot 8$;

c) $2,4 \cdot 5,8 = 3,48 \cdot 4$;

d) $0,9 \cdot 0,27 = 0,81 \cdot 0,3$.

8. Există oare o proporție cu termenii:

a) $\boxed{6}$ $\boxed{18}$ $\boxed{15}$ $\boxed{5}$;

b) $\boxed{14}$ $\boxed{50}$ $\boxed{10}$ $\boxed{70}$;

c) $\boxed{16}$ $\boxed{20}$ $\boxed{30}$ $\boxed{14}$;

d) $\boxed{7,5}$ $\boxed{1,2}$ $\boxed{15}$ $\boxed{0,6}$;

e) $\boxed{8}$ $\boxed{6}$ $\boxed{15}$ $\boxed{18}$?

9. Compania „Gazprom” a vândut timp de 24 de ore 9 700 000 de barili de petrol, obținând un venit de 523 800 000 de dolari, iar compania „Parsoil” a vândut în aceeași perioadă 6 400 000 de barili de petrol, încasând 345 600 000 de dolari.

a) Completați cu datele problemei astfel încât să obțineți o proporție:

$$\frac{523\,800\,000}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}.$$

b) Ce reprezintă valoarea fiecărui raport al proporției?

10. Fie d distanța pe hartă dintre localitățile A și B . Aflați distanța AB reală, dacă:

a) $d = 15$ cm și scara hărții este $1 : 10\,000$;

b) $d = 6,5$ cm și scara hărții este $1 : 20\,000$;

c) $d = 8$ cm și scara hărții este $1 : 50\,000$;

d) $d = 5,5$ cm și scara hărții este $1 : 30\,000$.



11. **LUCRĂM ÎN PERECHE!**



Aflați termenul necunoscut al proporției:

a) $\frac{2\frac{1}{3}}{0,5} = \frac{3x}{9}$;

b) $\frac{14,3}{x-2} = \frac{10}{2,5}$;

c) $\frac{x+1}{18\frac{4}{5}} = \frac{1\frac{3}{10}}{7,2}$;

d) $\frac{14}{25\frac{1}{5}} = \frac{15}{2x-1}$.

12. Calculați:

a) $15 + \frac{bc}{ad}$, dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

b) ac și bd , dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 2$ și $a \cdot b \cdot c \cdot d = 900$.

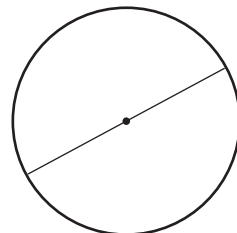
13. Valoarea raportului dintre lungimea cercului și diametrul lui este aproximativ egală cu $\frac{22}{7}$. Calculați (cu aproximație):

a) lungimea cercului cu diametrul de 10 cm;

b) lungimea cercului cu diametrul de 1 cm;

c) diametrul cercului cu lungimea de 10 cm;

d) raza cercului cu lungimea de 1 cm.



14. Înălțimea machetei unui obiect este de 8 cm. Știind că aceasta a fost realizată la scara de 2 : 300, aflați înălțimea reală a obiectului.
15. Columna lui Traian are o înălțime de aproximativ 40 m, iar o machetă a sa are înălțimea de 1,6 m. Verificați dacă scara la care este făcută macheta este 1 : 25.



16. Arcul de Triumf din Chișinău are o înălțime de 13 m, iar o machetă a sa are înălțimea de 0,4 m. Verificați dacă scara la care este făcută macheta este de $\frac{2}{30}$.

17. Pentru a obține mortar, se amestecă o parte de ciment și 3 părți de nisip. De cât ciment este nevoie pentru 210 kg de nisip?
18. Scrieți sub formă de fracție raportul numerelor:
a) 1,2 și 3,6; b) 7,5 și 8,15; c) 11,3 și 8,4.
19. **Lucrăm în grup!**  Proiect *Rapoarte și proporții în bucătărie*. Clasa se împarte în grupuri a câte 6–10 elevi. Fiecare grup va prezenta postere cu exemple de aplicare a rapoartelor și proporțiilor la prepararea bucatelor.

20. Demonstrați că dacă termenii unei proporții sunt numere naturale, atunci produsul lor este un pătrat perfect.

21. Măsurați și calculați lungimea reală:

a)



Scara 1 : 400

b)



Scara 1 : 95

22. Desenați, la scara 1 : 200, unele obiecte care vă înconjoară.

23. Compuneți o problemă utilizând raportul:

a) 2 : 3; b) 3 : 5; c) 2 : 7.

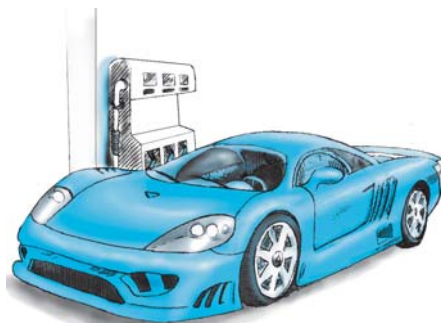
§3 Mărimi direct proporționale

Cercetăm și descoperim

1 Un litru de benzină costă 15,3 lei.
Cât costă: 10 l; 20 l; 15 l; 25 l de benzină?

Rezolvare:

Cantitatea de benzină (l)	Costul (lei)
a	b
$\times 10 \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}$ $\times 2 \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix}$ $\times 15$ 15 25	$\times 10 \begin{pmatrix} 15,3 \\ 153 \end{pmatrix}$ $\times 2 \begin{pmatrix} 153 \\ 306 \end{pmatrix}$ $\times 15$ $229,5$ $\dots$



• Continuați rezolvarea problemei.

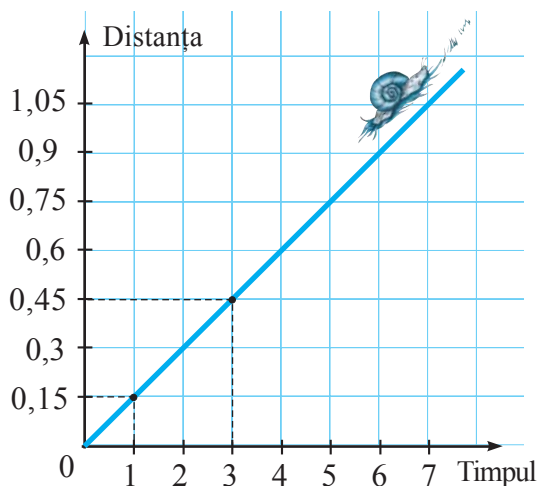
2 Un melc se deplasează cu viteza medie de 0,15 m/min. Ce distanță va parcurge melcul în: 3 min.; 4 min.; 5 min.; 7 min.?

Rezolvare:

Metoda I

$V = 0,15 \text{ m/min.}$	
Timpul (min.)	Distanța (m)
t	s
$1 \begin{pmatrix} \times 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ 3 4 $\dots$	$0,15 \begin{pmatrix} \times 3 \\ 0,45 \end{pmatrix}$ $0,45$ $\dots$ $\dots$

Metoda II



• Continuați rezolvarea utilizând schema.

- Ce distanță va parcurge melcul în 6 minute? Dar în 3,5 minute?
- Cum se schimbă distanța parcursă dacă timpul crește: de 3 ori; de 4 ori; de 6 ori?
- Cum se schimbă valoarea raportului $\frac{s}{t}$?

Rețineți!

Mărimile a și b sunt **direct proporționale** dacă ele depind una de alta, astfel încât dacă a se mărește (se micșorează) de un număr de ori, atunci b se mărește (se micșorează) de același număr de ori.

Valoarea raportului $\frac{b}{a}$ nu se schimbă.

Prin urmare, cantitatea benzinei și costul ei sunt mărimi direct proporționale (când prețul este constant).

Timpul și distanța parcursă sunt mărimi direct proporționale (dacă viteza este aceeași).

3 O imprimantă tipărește în 3 minute 21 de pagini.
Câte pagini va tipări imprimanta în 10 minute?

Rezolvare:

① Organizăm enunțul în schemă:

3 min.	—	21 de pagini
↓		↓
10 min.	—	x pagini



② Metoda I

Regula de trei simplă (aplicată la mărimi direct proporționale)

Timpul și numărul de pagini sunt mărimi direct proporționale.

$$\frac{3}{10} = \frac{21}{x}$$

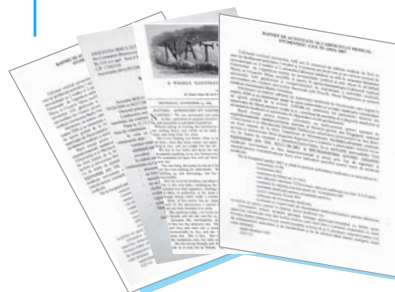
$$x = \frac{21 \cdot 10}{3}$$

Metoda II

Metoda reducerii la unitate

$$1 \text{ min.} \text{ — } \frac{21}{1} = 21 \text{ pagini}$$

$$10 \text{ min.} \text{ — } 21 \cdot 10 \text{ pagini}$$



③ *Răspuns:* 70 pagini.

VRETI SĂ ȘTITI MAI MULT?

4 Trei prieteni, Dănuț Leuț, Dumitraș Dolăraș și Andrei Plindeidei, au inițiat o afacere la care au participat respectiv cu următoarele sume (capitaluri): 1 600 de lei, 2 000 de lei, 1 800 de lei. De pe urma afacerii au câștigat 16 200 de lei. Cum vor împărți ei banii?



Rezolvare:

Calculăm capitalul total: $1\,600 + 2\,000 + 1\,800 = 5\,400$ (lei).

Calculăm de câte ori câștigul este mai mare decât suma investită:

$$16\,200 : 5\,400 = 3 \text{ (ori).}$$

$$\text{Deci, } 1\,600 \cdot 3 = 4\,800 \longrightarrow \text{Dănuț}$$

$$2\,000 \cdot 3 = 6\,000 \longrightarrow \text{Dumitraș}$$

$$1\,800 \cdot 3 = 5\,400 \longrightarrow \text{Andrei}$$

Fiecare leu investit „a crescut” de 3 ori.

Observăm

$$\frac{4\,800}{1\,600} = \frac{6\,000}{2\,000} = \frac{5\,400}{1\,800} \text{ este un șir de rapoarte egale.}$$

$$3 = \frac{4\,800}{1\,600} = \frac{6\,000}{2\,000} = \frac{5\,400}{1\,800} = \frac{4\,800 + 6\,000 + 5\,400}{1\,600 + 2\,000 + 1\,800} = \frac{16\,200}{5\,400}.$$

Rețineți!

Dacă $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$, unde $k \neq 0$, atunci spunem că între șirurile $a_1, a_2, \dots, a_n$ și $b_1, b_2, \dots, b_n$ există o **proporționalitate directă** și

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = k,$$

unde k se numește **coeficient de proporționalitate**.

Prin urmare, între șirul sumelor investite în afacere (1 600 de lei, 2 000 de lei, 1 800 de lei) și șirul sumelor care au revenit respectiv fiecărui prieten (4 800 de lei, 6 000 de lei, 5 400 de lei) există o proporționalitate directă cu coeficientul de proporționalitate $k = 3$.

5 Împărțiți un segment de 18 cm în trei părți direct proporționale cu numerele 2, 3, 4.

Rezolvare:

Fie x, y, z șirul lungimilor căutate ($x + y + z = 18$).

Atunci între şirurile x, y, z şi $2, 3, 4$ există o proporţionalitate directă.

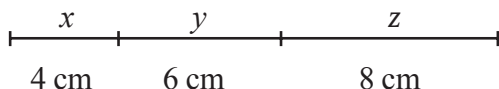
$$\text{Deci, } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{18}{9} = 2.$$

Deci, coeficientul de proporţionalitate este $k=2$.

$$\text{Obţinem: } \frac{x}{2} = 2, \text{ deci } x = 4 \text{ (cm),}$$

$$\frac{y}{3} = 2, \text{ deci } y = 6 \text{ (cm),}$$

$$\frac{z}{4} = 2, \text{ deci } z = 8 \text{ (cm).}$$



Exerciţii şi probleme



1. Stabiliţi dacă mărimile a şi b din tabel sunt direct proporţionale:

a)

a	2	4	6	10	12
b	3	6	9	15	18

b)

a	0,2	0,6	1,8	3,2
b	5	15	50	80

c)

a	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$
b	20	40	45	48

d)

a	8	4,2	66	1
b	$\frac{4}{3}$	0,7	11	$\frac{1}{6}$

2. Completaţi tabelul:

a)

Numărul de saci cu făină	Greutatea (kg)
1	60
3	...
5	...
...	480
9	...
...	660

b)

Numărul de chifle	Costul (lei)
1	2,5
4	...
...	15
7	...
...	27,5
9	...

c)

Distanţa (km)	Consumul de benzină (l)
100	7
50	...
150	...
...	17,5
350	...
...	22,75

d)

Aria (m^2)	Consumul de vopsea (kg)
8	1
10	...
15	...
...	2,5
...	7,5
30	...



3. Adevărat sau Fals?



- a) Aria dreptunghiului este direct proporțională cu fiecare dintre lungimile laturilor lui.
 - b) Perimetrul dreptunghiului este direct proporțional cu fiecare dintre lungimile laturilor lui.
 - c) Aria și perimetrul unui dreptunghi sunt mărimi direct proporționale.
 - d) Aria și lungimea laturii pătratului sunt mărimi direct proporționale.
 - e) Cantitatea de marfă și prețul acelei mărfi sunt mărimi direct proporționale.
 - f) Vârsta unei persoane și înălțimea ei sunt mărimi direct proporționale.
4. Un tractor ară în 4 zile 49 de hectare. În câte zile tractorul va ara:
a) 73,5 hectare; b) 122,5 hectare?
5. 5 l de ulei cântăresc 4 kg.
a) Câte kilograme de ulei încap într-o căldare de 12 l? Dar într-un butoi de 180 l? Dar într-un pahar de 250 ml?
b) Ce capacitate are un borcan cu 700 g de ulei? Dar un bidon cu 3 kg de ulei?
6. O pompă electrică scoate din fântână 30 l de apă în 12 secunde.
a) În cât timp se va umple cu apă un butoi de 800 l? Dar de 1000 l?
b) Câtă apă scoate pompa în 10 secunde?
Dar în 18 secunde? Dar în 2 minute?
7. Dana a copiat dintr-o carte de bucate lista produselor necesare pentru a pregăti 4 porții de salată „Gingășie”. Ce cantitate de produse va folosi Dana pentru 6 porții de salată? Dar pentru 10 porții?
8. a) 100 g de coacăză neagră conțin 250 mg de vitamina C. Câte grame de vitamina C sunt în 2 kg de coacăză neagră?
b) Norma zilnică de vitamina C pentru o persoană matură este de 0,05 g. Ce cantitate de coacăză neagră trebuie să consume o persoană pentru a asigura norma zilnică de vitamina C?
9. Cunoaștem că titlul unui aliaj de două metale prețioase este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului. Ce cantitate de aur curat conține o brățară de aur de 16 g cu titlul de:
a) 585; b) 958?

300 g de varză
100 g de salam
6 ouă
100 g de șuncă
80 g de maioneză
2 cepe



10. Compuneți și rezolvați probleme după schema:

a) 3,5 kg – 44,8 lei

b) 12 costume – 44 m

14,5 kg – ? lei

25 costume – ? m

? kg – 160 lei

? costume – 110 m

11. Din 40 l de lapte se obțin 15 kg de brânză.

a) Câtă brânză se va obține din 100 l de lapte? Dar din 60 l?

b) De cât lapte este nevoie pentru a obține 112,5 kg de brânză? Dar 22,5 kg?

12. Compuneți o problemă pe baza fiecărui tabel de la problema 2.

13. Împărțiți segmentul AB în 3 părți direct proporționale cu numerele:

a) 6, 2, 4;

b) 10, 9, 5.



14. O persoană împarte suma de 4 960 de lei în părți direct proporționale cu numerele 8, 15, 17 pentru a procura produsele x , y și z .

a) Aflați câți bani s-au alocat pentru fiecare produs x , y și z .

b) Pentru care produs s-a alocat cea mai mare sumă?

15. Împărțiți numărul 9 200 în părți direct proporționale cu numerele 1,75; 2,75; $3\frac{1}{6}$.

16. Un obiect are înălțimea de 80 cm, iar macheta sa are înălțimea de 1,5 cm. Ce înălțime are macheta unui obiect înalt de 524,8 cm, dacă este realizată la aceeași scară?

17. Se știe că, de regulă, în 100 l de aer sunt 21 l de oxigen. Aflați câți litri de oxigen sunt în:

a) 600 l de aer;

b) 450 l de aer;

c) 90 l de aer.

18. Pentru 3 l de lapte s-au plătit 54,6 lei. Aflați cât vor costa:

a) 2 l de lapte;

b) 5 l de lapte.

19. **Lucrăm în perechi!**



Viteza de deplasare a unui automobil este de 85 km pe oră.

a) Reproduceți și completați tabelul:

t	2 h	4 h	5 h	8 h
d				



b) Verificați dacă, păstrând viteza constantă, distanța și timpul sunt mărimi direct proporționale.

20. 6 ciocolate costă 87 de lei. Fără a calcula prețul unei ciocolate, aflați cât vor costa:
- de trei ori mai multe ciocolate;
 - de două ori mai puține ciocolate;
 - 20 de ciocolate.



21. Determinați trei numere direct proporționale cu numerele 3; 3,5 și 6, știind că cel mai mic dintre ele este 9.
22. Din 80 kg de cartofi se obțin 14 kg de amidon. Din câte kilograme de cartofi se vor obține 42 kg de amidon?
23. Din 200 kg de sfeclă de zahăr se obțin 37 kg de zahăr. Din câte kilograme de sfeclă de zahăr se vor obține 222 kg de zahăr?
24. Reproduceți și completați tabelul, știind că x și y sunt mărimi direct proporționale:

x	2	3	6	12	15	18		
y			20				100	250

25. Umbra lăsată de un obiect pe pământ este direct proporțională cu înălțimea acestuia. La amiază un brad lasă o umbră de 4,8 m. În același timp, un stâlp vertical de 1,6 m dă o umbră de 0,6 m. Aflați înălțimea bradului.



26. Determinați numerele x, y, z , știind că ele sunt direct proporționale cu 3, 4 și 5, iar $x + y = 35$.
27. Trei frați au primit moștenire 90 000 de dolari, pe care urmau să-i împartă conform testamentului astfel: primul – jumătate din cât va primi al doilea, al treilea – $\frac{3}{2}$ din cât va primi al doilea. Ce sumă i-a revenit fiecărui frate?

§4 Mărimi invers proporționale

Cercetăm și descoperim

1 Un cal de curse parcurge distanța de 40 km într-o oră. Aceeași distanță, un atlet o parcurge în 2 ore, un motociclist – în 30 min., iar un automobilist – în 20 min. Calculați viteza fiecăruia.

Rezolvare:

$S = 40 \text{ km}$	
Timpul (h)	Viteza (km/h)
t	v
$\times 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} : 2$ 0,5 $\frac{1}{3}$	$: 2 \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \end{pmatrix} \times 2$ 80 ...

20 min. = $\frac{1}{3}$ h



40 km/h



20 km/h



80 km/h



km/h

- Cum variază viteza dacă timpul: crește de 2 ori; descrește de 2 ori; descrește de 3 ori?
- Cum se schimbă produsul $t \cdot v$?

Rețineți!

Mărimile a și b sunt **invers proporționale** dacă ele depind una de alta, astfel încât dacă a se mărește (se micșorează) de un număr de ori, atunci b se micșorează (se mărește) de același număr de ori.

Valoarea produsului ab nu se schimbă.

Prin urmare, timpul și viteza sunt mărimi invers proporționale (când distanța parcursă este aceeași).

2 Se știe că 15 cisterne, de același tonaj, transportă o cantitate de petrol în 8 zile. Aflați în câte zile transportă aceeași cantitate de petrol 10 cisterne de același tonaj ca primele 15.

Rezolvare:

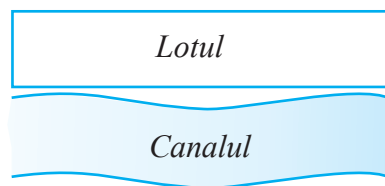
Mărimile M (numărul de cisterne) și t (timpul) sunt invers proporționale. Atunci:

M (cisterne)	t (zile)	15 cisterne — 8 zile
15	8	↓ 10 cisterne — x zile ↑
10	x	$\frac{15}{10} = \frac{x}{8}$. Deci, $x = \frac{15 \cdot 8}{10} = 12$.

Concluzie: Mai puține cisterne transportă petrolul în 12 zile (mai multe zile).

Răspuns: 12 zile.

3 Un fermier vrea să îngrădească cu plasă un lot de formă dreptunghiulară (de-a lungul unui canal cu apă). Inițial, hotărât să-l facă mai lung, a ales lungimea de 50 m și lățimea de 10 m. Văzând că nu-i ajunge plasă, s-a gândit că, dacă va micșora lungimea până la 40 m, perimetrul se va micșora suficient încât să-i ajungă plasă. Ce lățime are acum lotul, dacă aria lui a rămas aceeași?



Rezolvare:

1 Organizăm enunțul în schemă:

Lungimea (L)	Lățimea (l)
50 m	10 m
↓ 40 m	— x m ↑

Produsul lungimii (L) și lățimii (l) este aria ($\mathcal{A}$), care este constantă. Deci, L și l sunt mărimi invers proporționale.

Metoda I

2 Regula de trei simplă (aplicată la mărimi invers proporționale)

$$\frac{50}{40} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 10}{40} = 12.5 \text{ (m)}$$

Metoda II

2 Calculăm aria:

$$\mathcal{A} = 50 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 500 \text{ m}^2.$$

3 Calculăm lățimea:

$$l = \frac{\mathcal{A}}{L} = \frac{500 \text{ m}^2}{40 \text{ m}} = 12.5 \text{ m}.$$

• Cu cât s-a micșorat lungimea gardului de plasă?

4 Fie numerele 2, 3, 4 și 72, 48, 36. Observăm că $2 \cdot 72 = 3 \cdot 48 = 4 \cdot 36 = 144$. Spunem că șirul de numere 2, 3, 4 este invers proporțional cu șirul de numere 72, 48, 36, adică $\frac{2}{72} = \frac{3}{48} = \frac{4}{36}$.

Rețineți!

Șirurile de numere $a_1, a_2, \dots, a_n$ și $b_1, b_2, \dots, b_n$ sunt **invers proporționale** dacă $a_1 b_1 = a_2 b_2 = \dots = a_n b_n$. Adică $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$.

Observăm

Dacă șirurile $a_1, a_2, \dots, a_n$ și $b_1, b_2, \dots, b_n$ sunt direct (invers) proporționale, atunci șirurile $a_1, a_2, \dots, a_n$ și $\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, \dots, \frac{1}{b_n}$ sunt invers (direct) proporționale.

Exerciții și probleme

1. Decideți dacă mărimile a și b din tabel sunt invers proporționale:

a)

a	14	210	7	4	33,6
b	12	0,8	24	42	5

b)

a	1	3	5	7	9
b	11	9	7	5	3

c)

a	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2
b	32	16	8	4	2

d)

a	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	0,5	$\frac{5}{8}$	1,25
b	$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{8}$	2,5	2	1

2. Reproduceți și completați tabelul:

a)

Suma = 2 520 lei	
Numărul de persoane	Suma ce revine unei persoane
5	504
8	...
...	630
...	360
14	...
28	...

b)

Suma = 187,5 lei	
Prețul (lei/kg)	Cantitatea (kg)
7,5	25
...	5
15	...
3,75	...
...	3
31,25	...

c)

Masa (m) = 800 kg	
Densitatea (kg/m^3)	Volumul (m^3)
1 000	0,8
125	...
160	...
400	...
...	1,6
...	1,28

d)

Cantitatea de benzină = 20 l	
Consumul (l) la 1 km	Distanța (km)
0,1	200
0,05	...
0,16	...
...	250
...	50
0,25	...

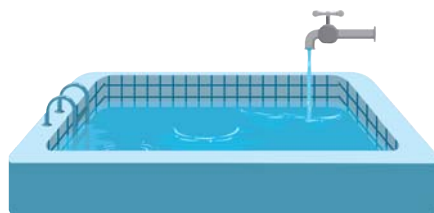


3. Adevărat sau Fals?



- Numărul de robinete identice prin care se umple cu apă un bazin este invers proporțional cu timpul necesar pentru umplerea bazinului.
- Numărul de eminenți dintr-o clasă este invers proporțional cu numărul celorlalți elevi din clasă.
- Într-un produs de doi factori, aceștia sunt invers proporționali.
- Cantitatea de must consumată dintr-un butoi este invers proporțională cu cantitatea rămasă.

- Un biciclist a parcurs o distanță timp de 4 h cu viteza medie de 24 km/h. Cu ce viteză medie trebuia să se deplaseze biciclistul pentru a parcurge aceeași distanță în 3 h?
- 8 combine pot cosi grâul de pe un lan în 6 zile. În câte zile pot cosi grâul de pe acest lan 12 combine?
- 10 muncitori pot executa o lucrare în 9 zile. Câți muncitori ar putea executa lucrarea în 6 zile?
- 6 persoane pot săpa un șanț în 8 h.
 - În cât timp pot săpa acest șanț 4 persoane? Dar 12 persoane? Dar o persoană?
 - Câte persoane ar putea săpa șanțul în 3 h? Dar în 16 h? Dar într-o oră?
- Un robinet umple un bazin de 1000 l în 40 min. În câte minute vor umple bazinul:
 - 4 robinete;
 - 6 robinete?





9. Prisăcarul Miereaur și-a turnat mierea în 60 de borcane a câte 250 ml. De câte borcane ar fi avut el nevoie dacă ar fi turnat mierea în borcane de:

a) 200 ml;
b) 300 ml;
c) 750 ml?



10. O zi are 24 de ore, iar o oră – 60 de minute. Considerând numărul total de minute același, câte minute ar avea o oră dacă ziua ar avea:

a) 30 de ore; b) 32 de ore; c) 20 de ore.

11. Dana și-a aranjat cărțile bibliotecii personale pe 24 de rafturi, câte 30 de cărți pe fiecare raft. De câte rafturi ar fi avut ea nevoie dacă aranja câte 36 de cărți pe raft?

12. O pompă cu capacitatea de 12 l/min. umple un vas în 4 min. În cât timp va umple vasul o pompă cu capacitatea de 10 l/min.?

13. Compuneți și rezolvați o problemă după fiecare schemă:

a)

8 lei/kg	–	10 kg
6 lei/kg	–	? kg
? lei/kg	–	18 kg

b)

40 km/h	–	9 h
60 km/h	–	? h
? km/h	–	12 h

c)

30 saci	–	60 kg/sac
? saci	–	45 kg/sac
12 saci	–	? kg/sac

d)

30 trepte	–	20 cm/treaptă
? trepte	–	25 cm/treaptă
15 trepte	–	? cm/treaptă

14. Aflați numerele x, y, z , invers proporționale cu numerele 3, 4, 5, suma lor fiind 564.

15. Pentru a transporta marfa de la un depozit sunt necesare 21 de camioane cu capacitatea de 2,5 t fiecare. Determinați câte camioane cu capacitatea de 3,5 t sunt necesare pentru a transporta această marfă.

16. Un tractor, un autobuz și un autoturism au parcurs fiecare câte 180 km.

a) Completați tabelul:

	Tractor	Autobuz	Autoturism
Viteza	30 km/h		
Timpul		3 h	2 h

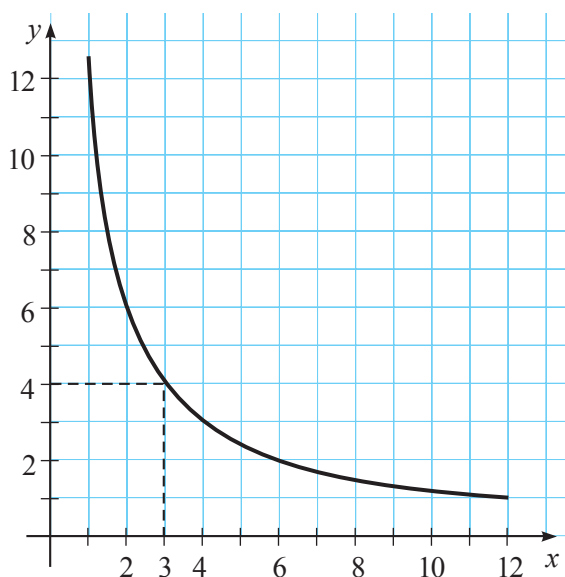


b) Sunt oare viteza și timpul mărimi invers proporționale?

c) Formulați alte exemple de mărimi invers proporționale din diverse domenii.

17. Următoarea schemă reprezintă dependența dintre mărimile x și y .

De exemplu, dacă $x = 3$, atunci $y = 4$.



a) Scrieți formula care exprimă această dependență.

b) Ce fel de mărimi sunt x și y ?

c) Treceți datele din schemă într-un tabel de forma:

x	1	2	3	4	...
y	12	?	4	?	...

18. Construiți o schemă ca cea de la problema 17 pentru dependența $y = \frac{8}{x}$.

19. Dan parcurge una și aceeași distanță în 3 h, iar Nelu – în 2 h. Pornind unul în întâmpinarea celuilalt, ei s-au întâlnit în momentul în care Nelu parcursese 7 km 200 m. Ce distanță a parcurs Dan până la întâlnire?

§5 Procente

Cercelăm și descoperim

1 Care sunt mai buni?



În clasa noastră
sunt 8 elevi eminenți, iar
în clasa voastră – doar 7.
Deci, noi suntem
mai buni!

Nu-i adevărat!
Voi sunteți în total 25 de
elevi, iar în clasa noastră
sunt doar 20 de elevi!



Spuneți, cine are dreptate: Ștefan sau Doina?

① Ce parte din toți elevii clasei o constituie eminenții?

8 din 25

$$\frac{8}{25}$$

7 din 20

$$\frac{7}{20}$$

② În ce clasă eminenții reprezintă o parte mai mare?

$$\frac{8}{25}$$

$$4) \frac{8}{25} = \frac{\quad}{100}$$



$$\frac{7}{20}$$

$$\frac{\quad}{100} = 5) \frac{7}{20}$$

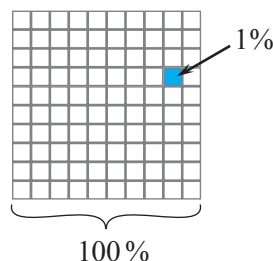
Deoarece $\frac{\quad}{100} > \frac{\quad}{100}$, rezultă că $\frac{8}{25} > \frac{7}{20}$. Deci, are dreptate.

Raportul $\frac{32}{100}$ se mai scrie 32 % și se citește „32 de procente” sau „32 la sută”.

Rețineți!

Raportul de forma $\frac{p}{100}$ se mai scrie $p\%$, se citește „ p procente” sau „ p la sută” și se numește **raport procentual**. Cuvântul *procent* provine de la cuvintele latine *pro centum* și semnifică „împărțit la o sută”. Deci, un procent înseamnă „a suta parte”:

$$1\% = \frac{1}{100}.$$



Exemplu:

Un procent din 10 lei reprezintă suma de 10 bani.

Procentele pot fi ușor transformate în rapoarte sau numere zecimale și invers.

Exemple:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$40\% = \frac{40}{100} = 0,4$$

$$\frac{1}{8} = \frac{12,5}{100} = 12,5\%$$

$$0,18 = \frac{18}{100} = 18\%$$

Se poate mai simplu:

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \cdot 100\% = 12,5\%,$$

$$0,18 = 0,18 \cdot 100\% = 18\%.$$



Rețineți!

Pentru a transforma un raport (sau un număr zecimal) în procente, înmulțim valoarea lui cu 100 %.

2 Câte procente reprezintă 40 cm din 2 m?

Rezolvare:

Exprimăm mai întâi lungimile în aceeași unitate de măsură: 2 m = cm.

$$\frac{40}{\text{input}} \cdot 100\% = \text{input}\%$$

Răspuns: 40 cm reprezintă % din 2 m.

Rețineți!

Pentru a afla câte procente (p) reprezintă un număr n dintr-un alt număr m , înmulțim valoarea raportului $\frac{n}{m}$ cu 100 %:

$$p = \frac{n}{m} \cdot 100\%.$$

DIN ISTORIE...

Procentele erau utilizate de indieni încă în secolul al V-lea. Acest fapt este firesc, deoarece în India, încă pe atunci, era cunoscut sistemul zecimal de numerație. În Europa, numerele zecimale au apărut abia în secolul al XVI-lea, fiind introduse de matematicianul olandez Simon Stevin (1548–1620).

Uneori, dacă se dorește o măsurare mai precisă, în loc de procente se lucrează cu miimi. O miime este fracția $\frac{1}{1000}$ și se notează 1 ‰.

Astfel, 0,1 ‰ = 1 ‰ și se citește „o promilă”.

Procentele se utilizează îndeosebi în business, operații bancare, financiare etc.

Promilele se utilizează în industria farmaceutică și în alte ramuri unde sunt necesare calcule cu o exactitate sporită.

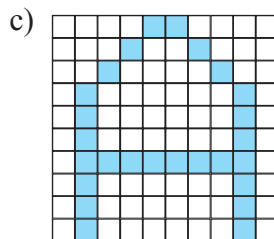
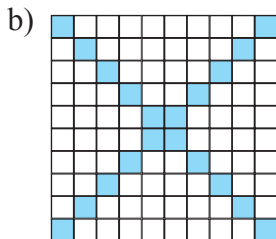
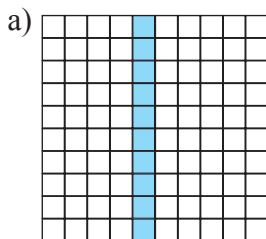
Exerciții și probleme



1. Citiți: 11 %, 4,8 %, $\frac{5}{100}$, $\frac{9,4}{100}$.

2. Scrieți cu cifre:
- cincisprezece la sută;
 - șaizeci de procente;
 - doi virgulă trei la sută;
 - trei zecimi procente.

3. Câte procente din tot desenul reprezintă pătrățelele colorate?



4. Desenați pe caiet un pătrat cu latura de 10 pătrățele. Colorați:

- 25 % din el;
- 12 % din el;
- 6,5 % din el;
- 100 % din el.

5. Câte procente reprezintă:

- o jumătate;
- un sfert;
- trei sferturi;
- o zecime;
- o jumătate de sutime;
- o miime?

6. a) 38 % din elevii unei clase sunt băieți. Câte procente din elevii clasei sunt fete?

b) Mierea conține 17 % apă. Câte procente din miere reprezintă masa uscată?

c) Dacă la 1,11 % din copii nu le place înghețata, atunci câte procente din copii preferă acest deliciu?

7. Transformați în procente:

- $\frac{1}{2}$;
- $\frac{1}{4}$;
- $\frac{3}{4}$;
- $\frac{2}{5}$;
- $\frac{12}{25}$;
- $\frac{9}{20}$;
- $\frac{1}{200}$;
- $\frac{27}{50}$;
- $\frac{3}{400}$;
- $1\frac{3}{4}$;
- $1\frac{1}{2}$;
- $\frac{3}{8}$.

Model:

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%.$$

8. Transformați numărul zecimal în procente:

Model:

$$0,24 = \frac{24}{100} = 24\%;$$

$$2,17 = \frac{217}{100} = 217\%.$$

- a) 0,04; b) 0,5; c) 0,25;
d) 0,97; e) 1,01; f) 2,23;
g) 0,204; h) 6,791; i) 0,333;
j) 10,6; k) 5,123; l) 1.

9. Transformați procentele în fracție ireductibilă:

- a) 75 %; b) 40 %;
c) 24 %; d) 100 %;
e) 50 %; f) 60 %;
g) 15 %; h) 5 %;
i) 150 %; j) $\frac{1}{2}$ %;
k) $\frac{1}{4}$ %; l) $\frac{3}{4}$ %;

m) 220 %.

Model:

$$48\% = \frac{48}{100} = \frac{12}{25};$$

$$\frac{1}{5}\% = 0,2\% = \frac{0,2}{100} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}.$$

10. Transformați procentele în număr zecimal:

- a) 3 %; b) 7 %;
c) 18 %; d) 44 %;
e) 0,9 %; f) 0,25 %;
g) 39,4 %; h) 62,1 %;
i) 41,59 %; j) 56,48 %.

Model:

$$14\% = \frac{14}{100} = 0,14;$$

$$16,5\% = \frac{16,5}{100} = 0,165;$$

$$301,19\% = 3,0119.$$

11. Reproduceți și completați tabelul:

Număr zecimal	0,26		0,49			7,82	
Procente	26 %	69 %			143 %		
Fracție ireductibilă	$\frac{13}{50}$			$\frac{4}{25}$			$\frac{2}{5}$

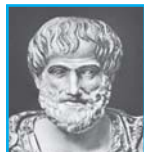


12. Câte procente reprezintă:

- a) 22 kg din 100 kg; b) 20 m din 50 m;
c) 15 min. dintr-o oră; d) 75 bani din 2 lei;
e) 6 mm din 12 m; f) 3 l din 300 l;
g) 0,4 kg din 500 g; h) 120 min. din 2 ore?



13. Decodificați prenumele unuia dintre cei mai mari filozofi din Antichitate.



Codul

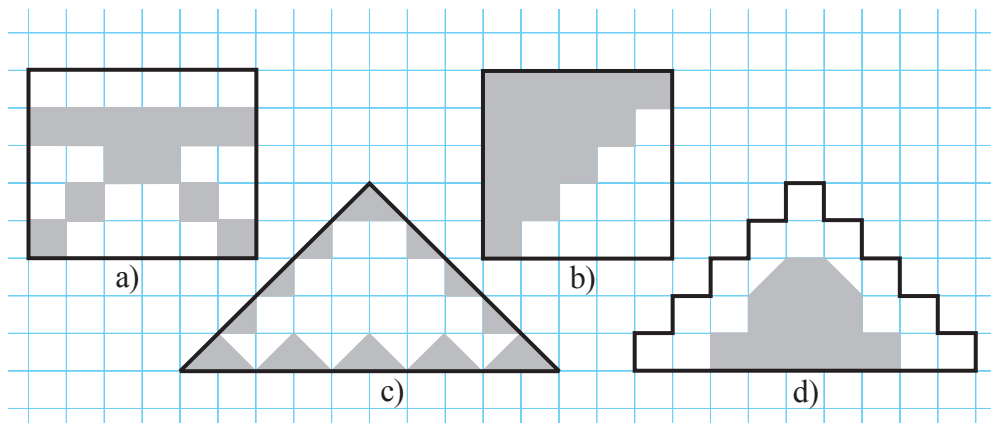
L	S	R	T	A	O	I	E
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{50}$

			S						
10 %	25 %	4 %	50 %	20 %	5 %	20 %	2 %	100 %	

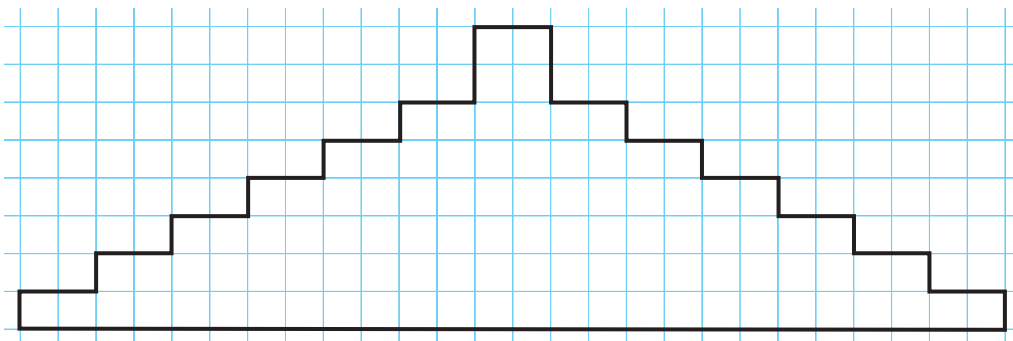
14. Se dizolvă sare în apă și se obține o soluție cu concentrația de 6 %. Aflați cantitatea de sare dizolvată pentru a obține 400 g de soluție.

15. Câte procente din perimetrul unui pătrat reprezintă lungimea laturii lui?

16. Câte procente din toată suprafața este colorată?



17. Reproduceți figura și colorați 16 % din suprafața ei.



18. Scrieți în ordine crescătoare: a) 0,76; 34 %; $\frac{3}{4}$; 74 %; 0,36;
b) 133 %; $\frac{4}{3}$; 1,34; $1\frac{1}{4}$; 124 %.

19. Prețul unei călătorii cu maxi-taxiul a crescut de la 2 la 3 lei.

Cu câte procente a crescut prețul călătoriei?

20. Rezolvați problema aplicând metoda reducerii la unitate:

a) Un televizor costă 3 600 de lei. Calculați prețul televizorului după o scumpire cu 10 %.

b) Până la reducerea prețurilor un album costa 120 de lei. Calculați prețul albumului după două reduceri succesive ale prețurilor, dacă prima reducere a fost cu 10 %, iar a doua – cu 5 %.

c) La o tipografie s-au executat 1 680 de formulare, depășindu-se cu 12 % numărul planificat al acestora. Aflați câte formulare au fost planificate.

d) Un teren a fost cultivat astfel: 30 % cu grâu, 56 % cu porumb, 6 % cu floarea-soarelui și restul de 12 ha cu orz. Aflați aria întregului teren.

e) Din 32 de elevi din clasa a VI-a, 6 elevi au lipsit de la lecții pe motiv de sănătate.

1) Aflați câte procente din toți elevii clasei au lipsit de la lecții.

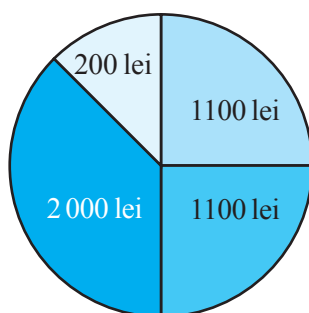
2) Dar câte procente au fost prezenți la lecții?



21. Venitul lunar al unei familii a fost cheltuit conform diagramei alăturate.

a) Câte procente din venitul lunar reprezintă cheltuielile pentru serviciile comunale?

b) Câte procente din cheltuielile pentru produse alimentare reprezintă cheltuielile pentru servicii comunale? Dar pentru îmbrăcăminte?



-  servicii comunale
-  produse alimentare
-  îmbrăcăminte
-  alte cheltuieli

22. La alegerile președintelui „Parlamentului copiilor” al unei școli, 112 elevi au votat pentru Nelu Vulpe, 336 de elevi – pentru Victoria Bunu, iar restul, 224 de elevi, pentru Monica Rusu. Alegerile sunt validate dacă pentru un candidat votează cel puțin 40 % din alegători.

a) Determinați dacă au fost validate alegerile.

b) Reprezentați rezultatele printr-o diagramă circulară (ca cea de la problema 21).

§6 Rezolvarea problemelor cu procente

1 În clasa a VI-a sunt 35 de elevi, 60 % sunt băieți și restul fete. Aflați câte fete sunt în clasă.

Rezolvare:

Aflăm câte procente reprezintă fetele:

$$100 \% - 60 \% = 40 \%$$

Aplicăm regula de trei simplă pentru a calcula numărul fetelor:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 35 \text{ elevi} & \text{—} & 100 \% & \downarrow \\ & x \text{ fete} & \text{—} & 40 \% & \downarrow \end{array}$$

$$\text{Obținem } \frac{35}{x} = \frac{100}{40}, \text{ de unde } x = \frac{40 \cdot 35}{100} = 14 \text{ (fete).}$$

Răspuns: 14 fete.



2 Scrieți raportul și raportul procentual determinate de numerele 37,5 și 12,5.

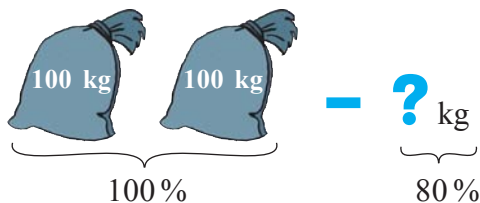
Rezolvare:

$$\text{Raportul numerelor este } \frac{37,5}{12,5} = \frac{3}{1}.$$

Raportul procentual al acestor numere este:

$$\frac{37,5}{12,5} : 100 = \frac{37,5}{12,5} \cdot \frac{1}{100} = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{100} = \frac{3}{100} = 3 \%.$$

3 La măcinarea grâului se obține 80 % de făină, restul fiind țărâțe. Ce cantitate de făină se obține din 200 kg de grâu?



Rezolvare:

$$80 \% \text{ din } 200 \text{ kg de grâu reprezintă } \frac{80}{100} \cdot 200 = \text{■} \text{ (kg).}$$

Răspuns: ■ kg.

Cum aflăm p % dintr-un număr dat n ?

Calculăm numărul $\frac{p}{100} \cdot n$.

4 15 % din venitul lunar al unei familii reprezintă 900 de lei. Care este venitul lunar al acestei familii?

Rezolvare:

Metoda I

Reducerea la unitate

Dacă 15 % din **venit** reprezintă 900 de lei, atunci 1 % din **venit** reprezintă

$$900 \text{ lei} : 15 = 60 \text{ lei.}$$

Deci,

$$\text{venitul} = 100 \cdot \boxed{} \text{ lei} = \boxed{} \text{ lei.}$$

Răspuns: $\boxed{}$ lei.



100 %



15 %

Metoda II

Regula de trei simplă

$$\begin{array}{ccc} 15\% & \text{—} & 900 \text{ lei} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 100\% & \text{—} & x \text{ lei} \end{array}$$

$$\frac{15}{100} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}.$$

$$x = \frac{100 \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} \text{ (lei).}$$

Cum aflăm numărul, știind că m reprezintă p % din el?

Calculăm numărul $\frac{100}{p} \cdot m$.

Exerciții și probleme



1. Calculați:

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) 1 % din 200; | b) 10 % din 40; | c) 25 % din 80; |
| d) 75 % din 64; | e) 50 % din 3 lei; | f) 4 % din 150 cm; |
| g) 9 % din 200 de dolari; | h) 120 % din 120; | i) 95 % din 360; |
| j) 160 % din 160; | k) 77 % din 500 de lei; | l) 140 % din 99 de lei. |

2. Aflați numărul necunoscut, dacă:

- 25 % din el reprezintă 60;
- 50 % din el reprezintă 100;
- 75 % din el reprezintă 96;
- 90 % din el reprezintă 720;
- 15 % din el reprezintă 12;
- 175 % din el reprezintă 140;
- 4,8 % din el reprezintă 6;

Model:

$$\text{a) } \frac{60}{25} \cdot 100 = 240.$$

Verificare:

$$25\% \text{ din } 240 = \frac{25}{100} \cdot 240 = 60.$$

- 125 % din el reprezintă 250;
- 3,6 % din el reprezintă 8,1.

3. Efectuați calculele:

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) Majorați 200 de lei cu 50 %; | b) Micșorați 160 de lei cu 25 %; |
| c) Majorați 80 m cu 75 %; | d) Micșorați 120 cm cu 40 %; |
| e) Majorați 10 000 de lei cu 3 %; | f) Micșorați 15 000 de lei cu 8 %; |
| g) Majorați 1 m cu 0,1 %; | h) Micșorați 2 l cu 0,5 %. |

4. Comparați:

- | | | |
|------------------------|---|----------------------|
| a) 70 % din 150 cm | ● | 60 % din 2 m; |
| b) 25 % din 10 kg | ● | 40 % din 6 000 g; |
| c) 15 % din 800 de lei | ● | 24 % din 600 de lei; |
| d) 50 % din 1 dam | ● | 75 % din 0,2 hm; |
| e) 125 % din 2 ore | ● | 10 % dintr-o zi; |
| f) 6 % din 240 l | ● | 96 % din 15 000 ml. |



5. Calculați:

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) 10 % din 50 %; | b) 25 % din 40 %; |
| c) 50 % din 50 %; | d) 10 % din 90 %. |

6. Comparați:

- | | | |
|----------------|---|--------------|
| a) 25 % din 50 | ● | 50 % din 25; |
| b) 15 % din 36 | ● | 36 % din 15; |
| c) 20 % din 40 | ● | 40 % din 20; |
| d) 1 % din 101 | ● | 101 % din 1. |



7. **LUCRĂM ÎN PERECHI!** Adevărat sau Fals?

- a) Dacă mărim un număr cu 20 %, apoi numărul obținut îl micșorăm cu 20 %, obținem numărul inițial.
- b) Dacă mărim un număr întâi cu 20 %, apoi cu 40 %, obținem același număr pe care l-am fi obținut dacă măream întâi cu 40 %, apoi cu 20 %.
- c) Dacă micșorăm un număr cu 30 %, apoi cu 40 %, obținem același număr pe care l-am fi obținut dacă micșoram o singură dată cu 70 %.
- d) 150 % din 200 este egal cu 200 % din 150.



8. Anul trecut, Mihai avea înălțimea de 1 m 40 cm. De atunci, el a crescut cu 5 %. Ce înălțime are acum?
9. Din 750 de participanți la concert, 22,4 % sunt copii. Câți copii participă la concert?

10. Într-o țară, la alegerile parlamentare, la secțiile de votare s-au prezentat 1 641 600 de alegători, ceea ce reprezintă 60 % din numărul total de cetățeni cu drept de vot. Câți cetățeni cu drept de vot sunt în această țară?



11. Transformându-se în gheață, apa își mărește volumul cu 9 %. Cu cât își micșorează gheața volumul atunci când se transformă în apă?
12. Prețul unui kilogram de carne s-a majorat cu 25 %. Ce cantitate de carne putem cumpăra acum cu aceeași sumă de bani cu care se putea cumpăra 1 kg de carne?
13. După spălare, lățimea unui cearșaf s-a micșorat cu 0,5 %, iar lungimea lui – cu 1 %. Cu câte procente s-a micșorat suprafața cearșafului?
14. Prețul unui produs a crescut întâi cu 30 %, apoi cu 20 %. Cu câte procente (din prețul inițial) este mai scump produsul?
15. La o școală sunt 1000 de elevi, dintre care un sfert sunt băieți. După-amiază învață 300 de elevi, dintre care 60 % sunt băieți. Ce procent din toți băieții merg la școală după-amiază?
16. Într-o clasă de a VI-a sunt 35 de elevi, 40 % sunt fete și restul băieți.
- a) Estimați, fără a efectua calcule, care dintre numere este mai mare: cel al băieților sau cel al fetelor?
- b) Calculați numărul băieților din clasă.
17. Pentru a obține saramura pentru castraveți, 50 g de sare se dizolvă în 1500 g de apă. Aflați concentrația procentuală a soluției.
18. Un stadion are 55 400 de locuri. La un meci de fotbal, 98 % din numărul de locuri au fost ocupate. Câți spectatori au privit meciul?
19. Într-o clasă sunt 36 de elevi. Știind că o treime din elevi sunt fete și că 50 % din băieți joacă fotbal, aflați câți băieți joacă fotbal.
20. **LUCRĂM ÎN PERECHI!**  Determinați câte procente din elevii clasei voastre reprezintă băieții și câte procente – fetele.
21. Într-un vas avem o soluție de apă cu miere. Concentrația soluției este de 10 %. Masa mierii este de 60 g. Aflați câtă apă este în vas.
22. Apa mării este sărată. În 1 kg de apă de mare sunt 27 g de sare. Aflați concentrația procentuală a soluției.
23. Bunica, pregătind saramura pentru murături, la 10 l de apă pune 11 linguri de sare.
- a) Aflați concentrația procentuală a soluției, dacă o lingură de sare cântărește 18 g.
- b) Discutați cu mama sau bunica și determinați ce concentrație procentuală are saramura folosită de ele la murături.

24. Aflați concentrația procentuală a unei soluții obținute prin dizolvarea a 60 g de sare de bucătărie în 300 g de apă.
25. Determinați ce cantitate de zahăr trebuie adăugată în 175 g de soluție cu concentrația de 10 % pentru a obține o soluție cu concentrația de 20 %.
26. **Lucrăm în grup!**  Proiect *Procentele în viața cotidiană*. Fiecare grup va prezenta exemple de aplicare a procentelor: a) în viața socială; b) în finanțe; c) în alte domenii.

27. Salariul domnului Moraru s-a mărit cu 225 de lei, adică cu 15 %. Ce salariu avea domnul Moraru până la majorare?
28. Prețul unui aspirator s-a micșorat cu 210 lei, adică cu 35 %. Care a fost prețul lui până la reducere?
29. 70 % din elevii unei clase frecventează cercul de matematică, iar 85 % din elevii aceleiași clase – cercul de dans. Care este procentul minim de elevi care frecventează ambele cercuri?
30. O bancă păstrează banii pe care i-au depus niște persoane. Anual, conturile acestora se actualizează. Completați tabelul:

Deținătorul contului	Suma inițială (lei)	Procentul anual	Durata păstrării (ani)	Suma finală din cont
Ion Moraru	20 000	10 %	2	24 200
Radu Lungu	15 000	14 %	?	22 223,16
Ana Sârbu	200 000	?	4	243 101,25
Vlad Vieru	64 000	8 %	2	?
Gheorghe Ursu	120 000	12 %	?	150 528
Gheorghe Albu	?	10 %	5	644 204

31. a) Dacă x reprezintă 40 % din y , câte procente reprezintă y din x ?
 b) Dacă x reprezintă 120 % din y , câte procente reprezintă y din x ?
 c) Dacă x reprezintă 25 % din $\frac{2}{3}y$, câte procente reprezintă y din x ?
 d) Dacă $\frac{1}{4}x$ reprezintă 125 % din $\frac{3}{2}y$, câte procente reprezintă y din x ?
32. Dan și Nelu au ieșit simultan din același bloc, îndreptându-se spre școală. Dan are pasul mai lung cu 20 %, în schimb Nelu face în același interval de timp cu 20 % mai mulți pași. Care dintre ei va ajunge primul la școală?

§7 Elemente de probabilități și de organizare a datelor

7.1. Elemente de probabilități

Cercelăm și descoperim

Se aruncă un zar. Care este șansa (probabilitatea) că va apărea fața cu:

- a) 8 puncte;
- b) 4 puncte;
- c) un număr de puncte mai mic decât 7?



Rezolvare:

Aruncarea zarului este un **experiment**. În urma producerii acestui experiment, se pot realiza sau nu unele evenimente legate de el.

- a) Evenimentul „Va apărea fața cu 8 puncte” nu are șansa (probabilitatea) să se realizeze, deoarece pe fiecare față a unui zar sunt cel mult 6 puncte. Spunem că acest eveniment este *imposibil*, iar șansa (probabilitatea) lui de realizare este 0.
- b) Evenimentul „Va apărea fața cu 4 puncte” are șansa (probabilitatea) să se realizeze. Spunem că acest eveniment este *posibil* sau *aleator*.
- c) Evenimentul „Va apărea fața cu un număr de puncte mai mic decât 7” se va realiza numaidecât, de aceea spunem că acest eveniment este sigur, iar șansa (probabilitatea) sa de realizare este egală cu 1.

Rețineți!

În viață se produc diverse **experimente**. Rezultatul unui experiment este un **eveniment**. Evenimentele pot fi:

- ◆ sigure → Șansa (probabilitatea) de realizare este 1.
- ◆ imposibile → Șansa (probabilitatea) de realizare este 0.
- ◆ aleatoare (întâmplătoare) → Șansa (probabilitatea) de realizare este egală cu un număr mai mare ca 0, dar mai mic decât 1.

Rezolvăm și comentăm

Dintr-o urnă cu același număr de bile albe și negre, se extrage la întâmplare o bilă. Completați:

- 1) Evenimentul „Bila scoasă va fi albă” este un eveniment _____.
- 2) Evenimentul „Bila scoasă va fi neagră” este un eveniment _____.
- 3) Evenimentul „Bila scoasă va fi verde” este un eveniment _____.
- 4) Șansele (probabilitățile) de realizare a evenimentelor 1) și 2) sunt _____.

7.2. Media aritmetică

Cercetăm și descoperim

1 Pentru a-și organiza orarul zilnic, Dana a fixat pe parcursul unei săptămâni timpul necesar pregătirii temelor pentru acasă.

Câte ore, în medie, pe zi îi trebuie Danei ca să-și facă temele pentru acasă?

Rezolvare:

$$\frac{1,3 + 1,5 + 2 + 1,2 + 1,5}{5} = 1,5 \text{ (h)}.$$

Răspuns: 1,5 h.

Pentru a răspunde la întrebarea problemei, am calculat media aritmetică a numerelor din tabel.

<i>Ziua săptămânii</i>	<i>Timpul (ore)</i>
<i>Luni</i>	<i>1,3 h</i>
<i>Marti</i>	<i>1,5 h</i>
<i>Miercuri</i>	<i>2 h</i>
<i>Joi</i>	<i>1,2 h</i>
<i>Vineri</i>	<i>1,5 h</i>

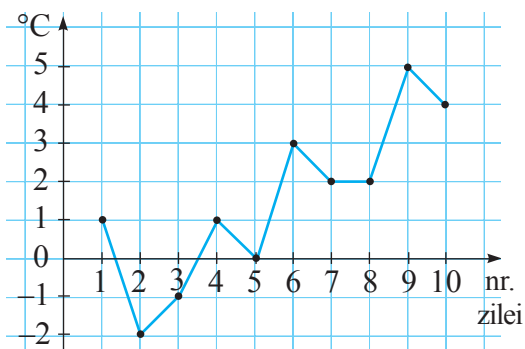
Rețineți!

- ♦ **Media aritmetică** a două numere a și b este numărul $m_a = \frac{a+b}{2}$.
- ♦ **Media aritmetică** a numerelor $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ este câtul împărțirii sumei acestor numere la numărul total de termeni:

$$m_a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}.$$

Aplicăm

2 Știetot a reprezentat grafic variația temperaturii aerului în municipiul Chișinău pe parcursul primelor 10 zile ale lunii martie. Care a fost temperatura medie a aerului în cele 10 zile?



Rezolvare:

$$t_m = \frac{1 + (-2) + (-1) + 1 + 0 + 3 + 2 + 2 + 5 + 4}{10} = \boxed{} \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Răspuns: $\boxed{}$ $^\circ\text{C}$.

LUCRĂM ÎN PERECHE!



- 3** a) Aflați media aritmetică m_a a numerelor 2,7 și -1,3.
 b) Reprezentați pe axa numerelor punctele $A(2, 7)$; $B(-1, 3)$ și $C(a_m)$.
 c) Unde este amplasat punctul C pe segmentul AB ? Trageți concluzia.

7.3. Elemente de organizare a datelor

Cercetăm și descoperim

1 Elevii clasei a VI-a au obținut la testul de matematică următoarele rezultate: două note de 4, șase note de 5, patru note de 6, patru note de 7, trei note de 8, două note de 9 și patru note de 10. Structurați într-un tabel informația despre notele luate de elevi la test.

Rezolvare:

Nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. de note	0	0	0	2	6	4	4	3	2	4

Tabelul conține rezultatele obținute de elevii clasei a VI-a la testul de matematică. În acest caz, se spune că am realizat o *analiză statistică*, am *colectat* și am *înregistrat date*.

Rețineți!

Statistica matematică este știința care se ocupă de colectarea, înregistrarea, prelucrarea, analiza și interpretarea datelor referitoare la un fenomen (din activitatea economică, viața socială, metrologie, agricultură, biologie etc.).

Datele statistice pot fi ilustrate cu ajutorul:

- tabelelor;
- diagramelor (prin batoane/bare, circulare etc.) (fig. 1, fig. 2);
- graficelor (fig. 3).

Rezolvăm și comentăm

• Reprezentați într-un grafic prin batoane rezultatele obținute la testul de matematică prezentate în problema 1.

• Aflați media aritmetică a notelor luate la test.

Rezolvare:

• Reprezentarea grafică este dată în figura 1. Analizați această figură.

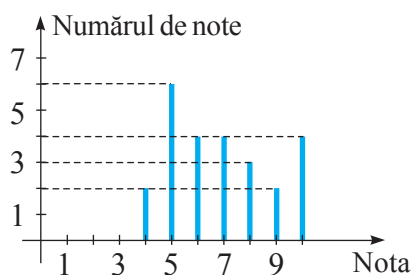


Fig. 1

$$\bullet \frac{4 \cdot 2 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 4}{25} = \frac{162}{25} = 6,48.$$

2 Biblioteca școlară are cărți în limba română – 50 %, în limba rusă – 25 %, în limba engleză – 10 % și în limba franceză – 15 %. Reprezentați aceste date printr-o diagramă circulară.

Rezolvare:

Reprezentarea grafică este dată în figura 2.

Analizați această figură.

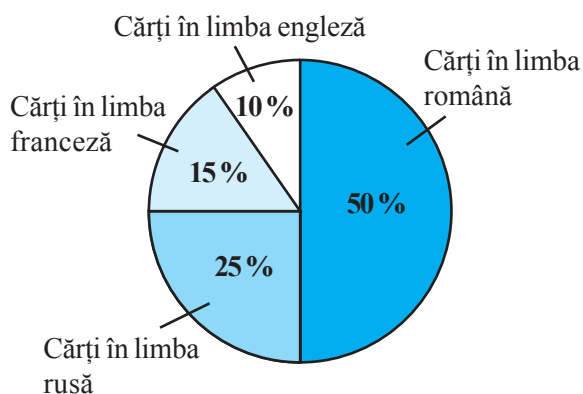


Fig. 2

• În graficul din figura 3 sunt prezentate cantitățile de suc produse lunar de o fabrică în prima jumătate a anului 2020.

Analizați acest grafic. Comentați situația care s-a creat la această fabrică în semestrul I al anului. Ce recomandări i-ați da administrației fabricii?

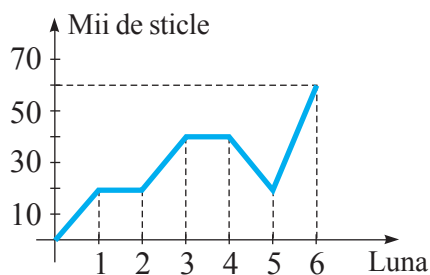


Fig. 3

Exerciții și probleme

- Formulați câte două exemple de experimente și de evenimente sigure, imposibile și aleatoare legate de ele.
- Fie experimentul „Aruncarea unei mingi de baschet la coș”.
 - Formulați oral câteva evenimente legate de acest experiment.
 - Sunt aceste evenimente sigure? Imposibile? Aleatoare?
 - Care sunt șansele de realizare a evenimentelor formulate?
- Într-o cutie sunt 12 creioane roșii și 12 creioane albastre. Fie experimentul „Extragerea la întâmplare a unui creion din cutie”.
 - Formulați câteva evenimente legate de acest experiment.
 - Determinați șansele de realizare a fiecăruia dintre evenimente. Trageți concluzia.
- Dați exemple de experimente și determinați evenimentele posibile din cadrul experimentului respectiv.

5. Într-o cutie sunt bomboane roșii, galbene și verzi: jumătate sunt roșii, o pătrime – galbene, iar celelalte – verzi. Se extrage la întâmplare o bomboană.
- Ce fel de bomboană are șansa mai mare de a fi extrasă?
 - Ce feluri de bomboane au șanse egale de a fi extrase?

6. Determinați datele statistice referitoare la înălțimea elevilor din clasa voastră. Reprezentați datele obținute:
- într-un tabel;
 - printr-un grafic cu batoane.

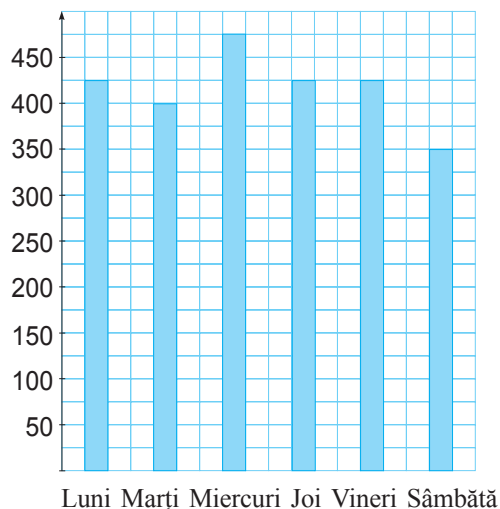


Fig. 4

7. Diagrama prin bare din figura 4 reprezintă vânzările de manuale într-o librărie timp de o săptămână.
- Câte manuale s-au vândut în total?
 - Determinați procentul manualelor vândute în fiecare zi.
 - În care zile s-au vândut cele mai multe manuale?

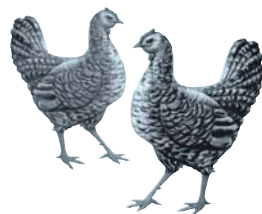
8. În tabel este indicat numărul de pacienți ai unei policlinici timp de o zi.
- Reprezentați printr-o diagramă cu batoane aceste date statistice.
 - Calculați procentul pacienților pentru fiecare interval de timp.
 - În care interval de timp policlinica a fost vizitată de mai mulți pacienți: până la prânz (până la ora 13) sau după prânz? Cu câte procente mai mult?

Intervalul de timp	Nr. de pacienți
de la 9 la 10	88
de la 10 la 11	102
de la 11 la 12	185
de la 12 la 13	80
de la 13 la 14	110
de la 14 la 15	164
de la 15 la 16	76
de la 16 la 17	58

9. Aruncați o monedă de 20 de ori.
- Determinați evenimentele legate de apariția feței cu stema sau a feței cu banul.
 - Care sunt șansele de realizare a evenimentelor determinate?
 - Repetăți experimentul încă de 20 de ori. Formulați concluzia.
10. Fie experimentul „Aruncarea unui zar”.
- Formulați cel puțin 6 evenimente aleatoare ale acestui experiment.
 - Formulați cel puțin 3 evenimente sigure ale acestui experiment.
 - Formulați cel puțin 2 evenimente imposibile pentru acest experiment.

11. Din cele 24 de meciuri preconizate, clubul de fotbal „Noroc” a câștigat 11 și a făcut 8 remize. Din cele 24 de meciuri planificate, clubul de fotbal „Succes” a câștigat 14 meciuri și a făcut 5 remize. Pentru fiecare victorie echipa obține 3 puncte, iar pentru fiecare remiză – un punct. Au mai rămas de jucat încă 5 meciuri. Care dintre cele două cluburi de fotbal are mai multe șanse să ocupe locul I în cantonament?
12. Au oare șanse egale de realizare următoarele evenimente în cadrul experimentului „Aruncarea unui zar”:
- „apar 8 puncte” și „apar 12 puncte”;
 - „apar 2 puncte” și „apar 6 puncte”;
 - „apare un număr par de puncte” și „apare un număr impar de puncte”?
13. Aflați media aritmetică a numerelor:
- 10,3 și 9,8;
 - $1\frac{1}{7}$ și $2\frac{3}{7}$;
 - 3,8; 3,9; 4,3.
14. Calculați media aritmetică a propriei reușite școlare pentru semestrul I al anului de învățământ. Rotunjiți rezultatul până la zecimi.
15. Doi elevi ai echipei școlare de volei au câte 11 ani, trei elevi – câte 12 ani și un elev are 14 ani. Care este vârsta medie a membrilor echipei de volei?

16. Masa a patru pui este de 5,5 kg, iar masa altor șase pui – de 7,4 kg. Aflați masa medie a unui pui.



17. Vârsta medie a celor 11 jucători ai unei echipe de fotbal este de 22 de ani. În timpul unui meci, un jucător, faultând, a fost eliminat. Astfel, vârsta medie a coechipierilor săi rămași în joc a coborât la 21 de ani. Ce vârstă are fotbalistul eliminat?
18. Într-o comună sunt 350 de case: 210 dintre acestea sunt cu un nivel, 120 – cu două niveluri și 20 – cu trei niveluri.
- Reprezentați aceste date într-un tabel.
 - Reprezentați aceste date cu ajutorul unei diagrame prin batoane.
19. **Activitate practică.** Determinați numărul de case din propria localitate (zonă de locuit), clasificați-le și reprezentați datele obținute cu ajutorul unei diagrame prin batoane.
20. **Activitate practică.** Reprezentați printr-o diagramă circulară, în procente, prezența în ghiozdanele proprii a manualelor și caietelor într-o zi de școală.

21. Diagramele din figura 5 sunt greșite. Depistați greșelile și construiți corect diagramele.

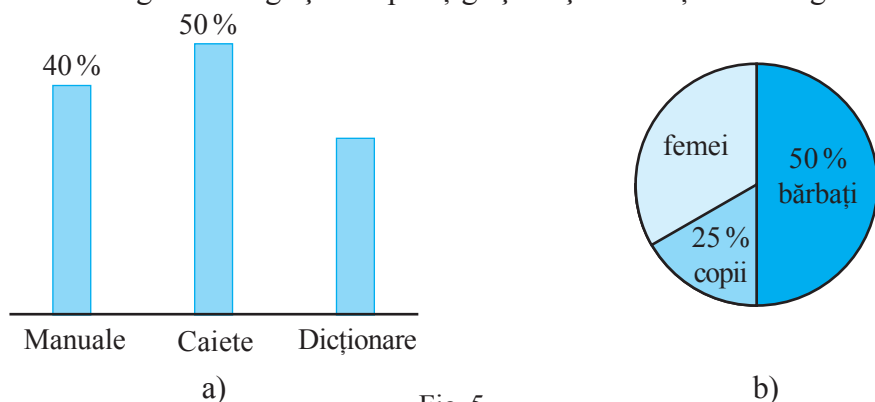


Fig. 5

22. Reprezentați cu ajutorul unei diagrame prin batoane următoarele date:

- distanța de la Soare până la planeta Mercur este de ≈ 58 milioane km;
- distanța de la Soare până la planeta Venus este de ≈ 108 milioane km;
- distanța de la Soare până la Pământ este de ≈ 150 milioane km;
- distanța de la Soare până la planeta Marte este de ≈ 228 milioane km.

Notă: 1 cm = 10 milioane km.

23. a) Reprezentați cu ajutorul unei diagrame prin batoane următoarele date:

- râul Nistru are lungimea de 1,4 mii km;
- râul Nipru are lungimea de 2,2 mii km;
- râul Don are lungimea de 1,9 mii km;
- râul Volga are lungimea de 3,5 mii km.

b) Determinați pe teritoriile căror țări curge fiecare dintre aceste râuri.

c) Aflați de câte ori (rotunjind până la zecimi) este mai scurt râul Nistru decât râul Nipru.

d) Determinați de câte ori (rotunjind până la zecimi) râul Volga este mai lung decât râul Nipru.

24. Șapte spiriduși stau în jurul unui rug. Se știe că înălțimea fiecărui spiriduș este media aritmetică a înălțimilor vecinilor acestuia. Demonstrați că toți spiridușii au aceeași înălțime.



25. Înălțimea medie a celor cinci jucători ai unei echipe de baschet este de 2,04 m. După ce un jucător al echipei, cu înălțimea egală cu înălțimea medie a echipei, a fost înlocuit în timpul meciului, înălțimea medie a jucătorilor echipei a crescut la 2,08 m. Ce înălțime are jucătorul care a intrat în joc?

26. În Țara Liliputanilor, Gulliver era de 12 ori mai înalt decât un liliputan, iar în Țara Urișilor – de 12 ori mai scund decât un uriaș. Se poate oare afirma că înălțimea lui Gulliver este media aritmetică a înălțimilor unui liliputan și unui uriaș?



27. Reprezentați printr-o diagramă circulară și apoi printr-o diagramă cu batoane următoarele date:
- a) Într-un sat sunt 120 de case. 25 dintre acestea sunt acoperite cu ardezie, 35 – cu țiglă, iar 60 – cu tablă.
 - b) Într-o cutie sunt 12 creioane roșii, 8 creioane albastre, 15 creioane galbene și 5 creioane negre.
28. Într-o urnă sunt 50 de bile numerotate respectiv cu 1, 2, 3, ..., 50. Se extrage la întâmplare o bilă. Care dintre următoarele evenimente are șansa mai mare de realizare:
- a) „Extragerea unei bile al cărei număr împărțit la cinci dă restul 1”;
 - b) „Extragerea unei bile cu numărul pătrat perfect”?
29. Formulați trei experimente în cadrul cărora evenimentele respective au șanse egale de realizare.
30. Reprezentați cu ajutorul unui grafic prin bare numărul elevilor din clasele școlii voastre.
31. Realizați un sondaj cu elevii din clasa voastră și reprezentați datele obținute în modul cel mai convenabil.



32. Media aritmetică a 4 numere este egală cu 34. Care sunt aceste numere, dacă se știe că sunt direct proporționale cu primele 4 numere naturale prime?



Să recapitulăm

1. Ce este un raport?
2. Dați exemple de rapoarte în viața cotidiană.
3. Consultați părinții și precizați valoarea raportului între cantitatea de zahăr și de fructe folosită la prepararea unor dulceturi, compoturi.
4. Ce diferență este între raport și fracție?
5. Formulați exemple de rapoarte în fizică, economie, geometrie, alimentație.
6. Ce este proporția?
7. În ce caz putem obține un enunț adevărat cu patru numere reale nenule?
8. Formulați exemple de proporții din diverse domenii.
9. Care mărimi se numesc direct proporționale?
10. Dați exemple de mărimi direct proporționale din diverse domenii.
11. Completați astfel încât enunțul obținut să fie adevărat:
a) „Salariul părinților este direct proporțional cu ...”;
b) „Distanța parcursă de automobil este direct proporțională cu ... și cu ...”.
12. Compuneți o problemă rezolvabilă prin *regula de trei simplă*.
13. Care mărimi se numesc invers proporționale?
14. Formulați exemple de mărimi invers proporționale din diverse domenii.
15. Ce reprezintă 1 %?
16. Este oare adevărat că $\frac{3}{4} = 75\%$?
Argumentați răspunsul.
17. „Prețul gazului în Republica Moldova s-a majorat cu 12 %.”
Explicați sensul acestui enunț.
18. Ce tipuri de probleme cu procente cunoașteți?
19. Cum aflăm $p\%$ dintr-un număr dat n ?
20. Cum aflăm un număr, știind că m reprezintă $p\%$ din el?
21. Cum aflăm raportul procentual?
22. Compuneți câte o problemă pentru cele trei tipuri de probleme cu procente.
23. Formulați exemple de aplicare a procentelor în diverse domenii.
24. Argumentați utilitatea procentelor.
25. Dați exemple de evenimente: sigure, imposibile, aleatoare.
26. Cum se calculează media aritmetică?
27. Cum pot fi ilustrate datele statistice?

Exerciții și probleme recapitulative



1. Calculați valoarea raportului:

a) $\frac{2}{5}$; b) $\frac{7}{2}$; c) $\frac{0,504}{1,4}$; d) $\frac{4,35}{2,9}$.

2. Scrieți 3 rapoarte egale cu raportul:

a) $\frac{1}{7}$; b) $\frac{9}{4}$; c) $\frac{1,2}{0,4}$; d) $\frac{0,1}{11,1}$.

3. Comparați numerele a și b , dacă:

a) $\frac{a}{b} = 0,93$; b) $\frac{a}{b} = \frac{2,015}{2,104}$; c) $a = 1,6b$;
d) $b = 0,99a$; e) $\frac{b}{a} > 1$; f) $\frac{a}{b} < 1$.

4. Calculați valoarea raportului dintre:

- a) numărul de zile ale lunilor ianuarie și august;
- b) numărul zilelor unei săptămâni și ale unei primăveri;
- c) înălțimea proprie și cea a colegului de bancă;
- d) numărul paginilor manualelor de matematică și fizică.

5. Comparați printr-un raport:

- a) vârstele părinților;
- b) masa corporală proprie cu cea a colegului de bancă;
- c) dimensiunile manualului de matematică;
- d) cursul valutar la zi al dolarului și al monedei euro.

6. Restabiliți șirul de rapoarte egale:

a) $\frac{5}{6} = \frac{20}{\square} = \frac{\square}{36} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{9}$; b) $\frac{\square}{0,5} = \frac{7}{\square} = \frac{\square}{2} = \frac{8,4}{\square} = \frac{\square}{9,6} = \frac{49}{7}$;
c) $\frac{9}{\square} = \frac{3}{\square} = \frac{12}{16} = \frac{\square}{22}$; d) $\frac{1}{\square} = \frac{2}{\square} = \frac{3}{\square} = \frac{4}{6}$.

7. Comparați prețurile:

- a) 3 kg de făină de grâu costă 63 de lei, iar 2 kg de făină de porumb – 28 de lei.
- b) 1,5 l de suc de roșii costă 25,6 lei, iar 2 l de suc de mere – 30,4 lei.
- c) 0,8 m² de faianță costă 130 de lei, iar 1,2 m² de parchet – 150 de lei.
- d) 5 m de țevă de fier costă 140 de lei, iar 3 m de țevă zincată – 100 de lei.

8. Restabiliți proporția:

a) $\frac{8}{9} = \frac{\square}{18}$; b) $\frac{\square}{6} = \frac{5}{4}$; c) $\frac{2,4}{\square} = \frac{4}{1,6}$; d) $\frac{10}{0,4} = \frac{2}{\square}$.

9. Stabiliți dacă se poate forma o proporție ai cărei termeni vor fi numerele:

a) $\frac{18}{4} = \frac{2}{9}$; b) $\frac{1}{7} = \frac{3}{21}$;
c) $\frac{8}{2} = \frac{1}{3}$; d) $\frac{12}{5} = \frac{6}{10}$.

10. Din 25 l de lapte se obțin 3 l de smântână.

a) Câtă smântână se va obține din 75 l de lapte?

Dar din 180 l? Dar din 500 ml?

b) De cât lapte este nevoie pentru a obține 4,5 l de smântână?

Dar 600 ml? Dar 500 ml?



11. Un fermier a plantat 5 pomi în 30 de minute. Dacă va continua lucrul în același ritm, în cât timp va reuși să planteze 150 de pomi?

12. Următorul tabel reprezintă viteza și timpul cu care poate fi parcursă una și aceeași distanță cu diferite mijloace de transport.

Reproduceți și completați:

Viteza (km/h)	40			90	120	50	10			200
Timpul (h)	3	2	4					6	8	

13. 55 % din elevii unei școli sunt fete. Care este raportul dintre numărul băieților și numărul fetelor?

14. Scrieți sub formă de raport procentual:

a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{7}{25}$; c) $\frac{9}{10}$; d) $\frac{15}{2}$;
e) 0,91; f) 2,14; g) $1\frac{1}{4}$; h) $2\frac{5}{8}$.

15. Câte procente reprezintă:

a) 5 din 12; b) $\frac{4}{9}$ din $\frac{2}{3}$; c) 25 din 40; d) $1\frac{1}{3}$ din $2\frac{1}{9}$?

16. a) Micșorați suma de 180 de lei cu 15 %. b) Micșorați suma de 240 de lei cu 20 %.

c) Măriți suma de 2 100 de lei cu 25 %. d) Măriți suma de 1 480 de lei cu 30 %.

17. Din 2 500 de semințe de porumb au încolțit 2 175. Care este procentul de încolțire a semințelor?

18. Fie experimentul „Se alege la întâmplare o cifră”. Formulați două exemple de evenimente:
a) sigure; b) imposibile.
19. Într-o cutie sunt 16 creioane de culoare verde și 14 de culoare albastră. Care dintre următoarele evenimente are o șansă mai mare de realizare:
A: „Se extrage la întâmplare un creion de culoare verde” sau B: „Se extrage la întâmplare un creion de culoare albastră”?



20. Un televizor consumă 180 W (se citește „vați”) de curent electric în 3 h. Cât curent va consuma televizorul în 5 h? Dar în 8 h?
21. O fotografie cu dimensiunile de 5 cm și 6 cm a fost mărită proporțional astfel încât lungimea ei a devenit egală cu 108 mm. Ce lățime are acum fotografia?
22. În tabel sunt indicate tarifele de telefonie fixă pentru 2 pachete.

Pachet	Minute incluse	Abonament (lei)	Tarif pentru un minut suplimentar (bani)
Standard	300	24	9,6
Econom	200	6	24

Domnul Bănuț vorbește la telefon, în medie, 200 min. lunar, iar chiriașul său, Nelu, 250 min. lunar.

- a) Care pachet este mai convenabil pentru fiecare dintre ei?
b) Cu ce sumă de bani va contribui fiecare pentru achitarea telefonului? (Cercetați ambele cazuri.)
23. Văzând că un covor persan, cu dimensiunile de 3 m și 4 m, costă 4 080 de lei, iar un covor indian, cu dimensiunile de 2,5 m și 4,5 m, costă 3 825 de lei, domnul Bănuț a tras concluzia că prețul covoarelor persane este mai mare decât al celor indiene (dar perimetrul lor este același!). Are dreptate domnul Bănuț?
24. Se știe că $\frac{x}{y} = 3,4$ și $\frac{z}{y} = 17$. Aflați $\frac{z}{x}$.



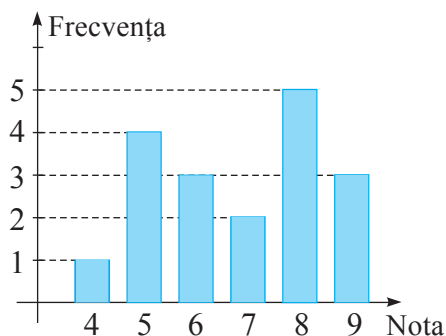
25. Raportul a două numere naturale este $\frac{2}{3}$, iar diferența lor este 3.
Aflați numerele.
26. Produsul a două numere naturale este 96, iar valoarea raportului lor este egală cu 1,5. Aflați numerele.
27. Valoarea raportului a două numere este egală cu 5,92, iar suma lor – cu 17,3.
Aflați numerele.
28. Mărimile x și y sunt direct proporționale. Știind că dacă $x = 8$, atunci $y = 3$, aflați:
- valoarea lui y pentru $x = 12$;
 - valoarea lui y pentru $x = 2$;
 - valoarea lui x pentru $y = 30$;
 - valoarea lui x pentru $y = 0,9$.
29. Mărimile u și v sunt invers proporționale. Știind că dacă $u = 12$, atunci $v = 20$, aflați:
- valoarea lui v pentru $u = 5$;
 - valoarea lui v pentru $u = 8$;
 - valoarea lui u pentru $v = 60$;
 - valoarea lui u pentru $v = 3$.
30. Un muncitor avea salariul de 1 600 de lei. În prezent, el are salariul de 2 320 de lei.
Cu câte procente i s-a majorat salariul?
31. Un profesor avea salariul de 3 600 de lei. În prezent, salariul lui este mai mare cu 35 %.
Ce salariu are profesorul?
32. Determinați ce cantitate de sodă caustică este dizolvată în 50 g de soluție de concentrație 25 %.
33. Aflați ce cantitate de soluție de concentrație 15 % se obține prin dizolvarea a 30 g de zahăr în apă.
34. Pentru a-și transporta recolta de floarea-soarelui, un fermier a închiriat trei mașini.
Prima îl costă 1 000 de lei, a doua – 1 200 de lei și a treia – 2 000 de lei. Care este prețul mediu plătit?
35. Media aritmetică a trei numere naturale consecutive este 27. Aflați numerele.
36. Ce medie are Paula la matematică, dacă notele ei sunt 7, 9, 8, 9, 7.
37. Măsurând temperatura aerului la ora 10:00, în 7 zile consecutive, Ionel a completat tabelul:

Ziua	L	M	Mi	J	V	S	D
t °C	20	21	22	18	19	23	24

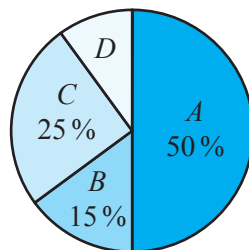


Aflați care a fost temperatura medie la ora 10:00 în acea săptămână.

38. Notele luate de elevii clasei a VI-a la test sunt prezentate în diagrama alăturată.
- Calculați media notelor luate la test.
 - Determinați procentul reușitei (rotunjiți până la zecimi).
 - Aflați procentul calității (rotunjiți până la zecimi).



39. Suma de 1 200 000 de lei este distribuită persoanelor A, B, C și D ca în diagrama alăturată. Aflați câți lei primește fiecare persoană.



40. **Lucrare practică.** Faceți o vizită la biblioteca școlară și determinați numărul de cărți editate în diverse limbi. Reprezentați datele obținute cu ajutorul:
- unui tabel;
 - unei diagrame circulare;
 - unei diagrame cu bare.
41. Aduceți exemple de utilizare a elementelor de organizare a datelor din activitățile profesionale ale părinților.

42. Mihai avea o sumă de bani. El a cheltuit 20 % din ea. Cu câte procente trebuie să mărească suma prezentă pentru a obține suma inițială?

43. Un număr reprezintă 80 % din alt număr. Câte procente reprezintă al doilea număr din: a) primul; b) suma lor?

44. Dacă $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 5$, să se calculeze:

a) $\frac{x+y+z}{a+b+c}$;

b) $\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2}$.

45. Fie proporția $\frac{x}{y} = \frac{2}{9}$. Aflați:

a) $\frac{x+y}{y}$;

b) $\frac{x}{x+y}$;

c) $\frac{x+2}{y+9}$;

d) $\frac{3x+4y}{4y}$.

46. Fie proporția $\frac{a}{4} = \frac{b}{5}$. Aflați valoarea fiecărui raport al proporției, dacă $a+b=27$.



Test sumativ

Timp efectiv de lucru:
45 de minute

Varianta I

1. La o competiție participă 80 de sportivi, dintre care $\frac{3}{5}$ sunt fete.

a) Adevărat sau Fals?

„ $\frac{3}{5}$ este un număr rațional.”

b) Aflați câte procente din sportivi reprezintă fetele.

c) Aflați raportul dintre numărul de băieți și numărul de fete care au participat la o probă sportivă, dacă la aceeași au participat cu 12 fete mai puține decât numărul total de fete.

2. Fie numerele 6; 0,4 și 1,6. Completați cu un număr astfel încât egalitatea obținută să fie adevărată:

$$\frac{6}{0,4} = \frac{\square}{1,6}$$

Argumentați răspunsul.

3. Scara unei hărți este 1:5 000 000. Aflați distanța dintre Chișinău și Briceni, dacă pe hartă ea este de 4,8 cm.

4. În clasa a V-a învață 30 de elevi, în clasa a VI-a – 28, în clasa a VII-a – 32, în clasa a VIII-a – 30, iar în clasa a IX-a – 35.

a) Reprezentați aceste date într-un tabel.

b) Reprezentați aceste date cu ajutorul unei diagrame prin batoane.

c) Aflați câți elevi, în medie, sunt într-o clasă.

Varianta II

1. La un concurs de matematică participă 60 de elevi, dintre care $\frac{3}{4}$ sunt băieți.

a) Adevărat sau Fals?

„60 este un număr întreg.”

b) Aflați câte procente reprezintă băieții.

c) Aflați raportul dintre numărul de băieți și numărul de fete care au participat la una dintre etapele concursului, dacă la aceasta au participat cu 8 băieți mai puțini decât numărul total de băieți.

2. Fie numerele 8; 0,5 și 2,5. Completați cu un număr astfel încât egalitatea obținută să fie adevărată:

$$\frac{8}{\square} = \frac{0,5}{2,5}$$

Argumentați răspunsul.

3. Scara unei hărți este 1:4 000 000. Aflați distanța dintre Chișinău și Cahul, dacă pe hartă ea este de 4,3 cm.

4. În clasa a V-a învață 18 elevi, în clasa a VI-a – 24, în clasa a VII-a – 30, în clasa a VIII-a – 18, iar în clasa a IX-a – 25.

a) Reprezentați aceste date într-un tabel.

b) Reprezentați aceste date cu ajutorul unei diagrame prin batoane.

c) Aflați câți elevi, în medie, sunt într-o clasă.

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	27–26	25–24	23–21	20–17	16–12	11–8	7–6	5–4	3–2	1–0

ELEMENTE DE GEOMETRIE

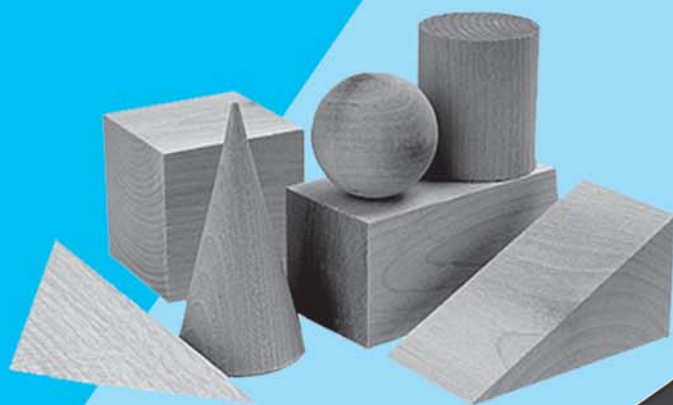
- 
- §1. Noțiuni geometrice de bază
 - §2. Unghiuri
 - §3. Poligoane
 - §4. Cercul. Discul
 - §5. Corpuri geometrice

1

2

3

4



§1 Noțiuni geometrice de bază

1.1. Noțiuni geometrice

Ce știm? Ce aflăm?

1 Examinați imaginile și observați asocierile făcute de Știetot.



- Linia orizontului → **dreaptă**
- Localitățile de pe hartă → **puncte**
- Fluxul de lumină → **semidreaptă**
- Traseul de zbor Chișinău–București → **segment**
- Șinele de tren → **drepte paralele**

- Explicați noțiunea *figură geometrică*.
- Care este cea mai simplă figură geometrică?



Ne amintim

- ♦ **Figura geometrică** este o mulțime de puncte.
- ♦ **Punctul** este cea mai simplă figură geometrică.

Reprezentăm:

$A \bullet$ sau $\times B$

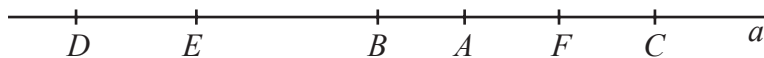
- ♦ **Dreapta** este nemărginită.

Reprezentăm:

$\underline{\hspace{2cm}}^a$ sau $\underline{\hspace{1cm}}^A \hspace{0.5cm} \underline{\hspace{1cm}}^B$ sau $\underline{\hspace{1cm}}^M \hspace{0.5cm} \underline{\hspace{1cm}}^N$

- Trei sau mai multe puncte ale unei drepte se numesc **puncte coliniare**.
- Două drepte din aceeași suprafață plană care nu se intersectează se numesc **drepte paralele**.
- Două drepte care se intersectează se numesc **drepte concurente**.

2



- a) Punctul A este situat *între* punctele B și C .
- b) Punctele A și C sunt situate pe *părțile diferite* ale punctului B .
- c) Punctele A, B, E, D sunt situate de *aceeași parte* a punctului C .
- d) Punctele A, B, E, D sunt situate de *aceeași parte* a punctului B .
- e) Porțiunea dreptei a , mărginită de punctul B și formată din toate punctele dreptei a situate de *aceeași parte* ca și punctul A , se numește *semidreaptă*.



- ◆ **Semidreapta** este o parte a dreptei formată din toate punctele acestei drepte situate de aceeași parte a unui punct al ei, numit **origine** a acestei semidrepte.

Reprezentăm:

Citim:

Notăm:

$$M \quad \quad \quad N$$
Semidreapta MN $[MN$

- ◆ Un punct O al unei drepte împarte această dreaptă în două **semidrepte opuse**, el fiind **originea** acestor semidrepte.

Reprezentăm:

Citim:

Semidreptele $[OA$ și $[OB$ sunt opuse.

- ◆ **Segmentul** este o parte a dreptei formată din toate punctele acestei drepte situate între două puncte ale ei, numite **extremități**.

Reprezentăm:

Citim:

Notăm:

A horizontal line segment with endpoints labeled A and B .

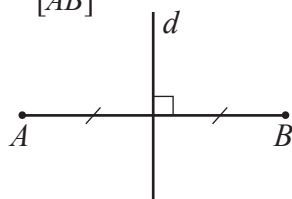
Segmentul AB

 $[AB]$

Segmentele congruente au aceeași lungime.

Mediatoarea unui segment este dreapta care trece prin mijlocul segmentului și este perpendiculară pe el.

Pe desen, dreapta d este mediatoarea segmentului AB .



Cercețăm

Reproduceți desenul de mai sus. Notăți pe dreapta d două puncte M și N .

Comparați: a) AM și BM ; b) AN și BN .

Trageți concluzia.

3 Cu ce figură geometrică poate fi asociată suprafața apei unui lac într-o zi fără vânt?

Explicăm

Suprafața apei lacului (în lipsa valurilor) sugerează o porțiune de plan.



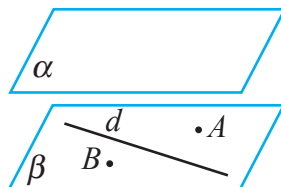
Rețineți!

Planul este nemărginit.

Dacă o dreaptă se află într-un plan, atunci ea împarte acest plan în două părți numite **semiplane**.

Pe desen punctele A și B aparțin diferitor semiplane determinate de dreapta d .

Reprezentăm planul α (alfa):



4. Adevărat sau Fals?

Doar unul dintre următoarele enunțuri este fals.

Găsiți-l și justificați printr-un desen răspunsul.

- Printr-un punct putem construi o infinitate de drepte.
- Prin două puncte diferite putem construi o singură dreaptă.
- Segmente congruente au lungimi egale.
- Dacă fiecare dintre dreptele a și b este paralelă cu dreapta c , atunci dreptele a și b sunt paralele.
- Dacă fiecare dintre dreptele a și b este concurentă cu dreapta c , atunci dreptele a și b sunt concurente.

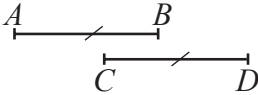
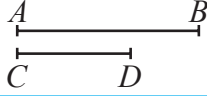


1.2. Notății și reprezentări

Observăm și descoperim

1. Observați cum se citesc notațiile.

Notăm:	Citim:	Reprezentăm:
$A \in d$	Punctul A aparține dreptei d .	
$A \notin d$	Punctul A nu aparține dreptei d .	
$\{A, B, C\} \subset d$	Punctele A, B, C aparțin dreptei d .	
$A \in \alpha$	Punctul A aparține planului α .	
$a \subset \alpha$	Dreapta a aparține planului α .	
$[BC$	Semidreapta BC cu originea B .	
$a \parallel b$	Dreptele a și b sunt paralele .	
$a \nparallel b$	Dreptele a și b nu sunt paralele .	
$a \cap b = \{M\}$	Dreptele a și b se intersectează în punctul M sau dreptele a și b sunt concurente în punctul M .	

Notăm:	Citim:	Reprezentăm:
$a \perp b$	Dreptele a și b sunt perpendiculare .	
$[AB] \equiv [CD]$	Segmentele AB și CD sunt congruente .	
$AB > CD$	Lungimea segmentului AB este mai mare decât lungimea segmentului CD .	
$A = B$	Punctele A și B coincid.	$A \bullet B$

Aplicăm și explicăm

2 Citiți, apoi reprezentați printr-un desen corespunzător:

- a) $[MN] \cap [KP] = \{E\}$; b) $AB \parallel d$; c) $C \notin AB$.

3 Pentru cei ingenioși

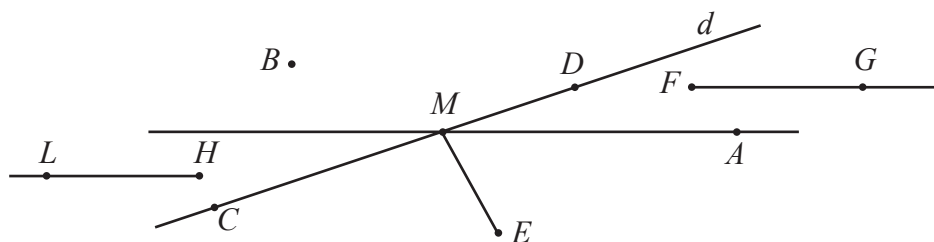


Cum putem scrie cu ajutorul simbolurilor matematice propoziția: „Punctele M, N și K sunt coliniare”?

Exerciții și probleme

1. Examinați desenul și recunoașteți:

- a) punctele; b) dreptele; c) semidreptele; d) segmentele.



2. Examinați desenul problemei 1 și completați adecvat:

- a) Dreapta d poate fi notată și astfel: .
- b) Semidreptele și sunt opuse.
- c) Punctele sunt coliniare.
- d) Punctul aparține dreptei , iar punctele nu aparțin acestei drepte.
- e) Dreptele și sunt concurente în punctul .

3. Construiți și notați:

- a) o dreaptă și un punct care aparține ei;
- b) un segment și un punct care nu-i aparține;
- c) o semidreaptă și un segment paralel cu ea;
- d) cinci puncte necoliniare fiecare trei.

4. Notați mulțimea tuturor punctelor dreptei AB :

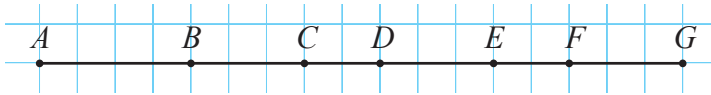
- a) situate între punctele A și B ;
- b) situate de aceeași parte a punctului A ca și punctul B .

5. Citiți:

- a) $M \in [AB]$; b) $N \notin [EF]$; c) $d \cap [MN] = \{K\}$;
- d) $b \parallel BC$; e) $AB \perp l$; f) $M \notin \alpha$; g) $b \subset \beta$.

6. Examinați desenul și selectați segmentele cu lungimea:

- a) cel mult 6 cm; b) nu mai puțin de 3 cm;
- c) între 3 cm și 6 cm; d) mai mică sau egală cu $4\frac{1}{2}$ cm.



7. Examinați desenul problemei 6 și determinați:

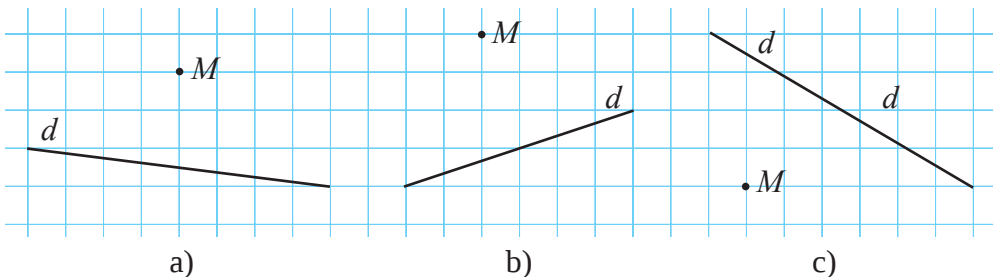
- a) $[AC] \cap [BD]$; b) $[BC] \cup [CE]$; c) $[AD] \setminus [BE]$;
- d) $[BC \cap [FE]$; e) $[AB \cup [DC]$; f) $[BF] \cap [CB]$.

8. Punctele A , B și C sunt coliniare în această ordine. Aflați lungimea segmentului:

- a) AB , dacă $AC = 20$ cm, $BC = 0,12$ dm;
- b) AC , dacă $AB = 9$ cm, $BC = 1,5$ dm;
- c) BC , dacă $AB = 1,4$ cm, $AC = 4,1$ dm;
- d) AC , dacă $AB = 2BC = 10,8$ cm.



9. Reproduceți desenul. Utilizând rigla și echerul, construiți prin punctul M o dreaptă paralelă cu dreapta d și alta perpendiculară pe dreapta d .



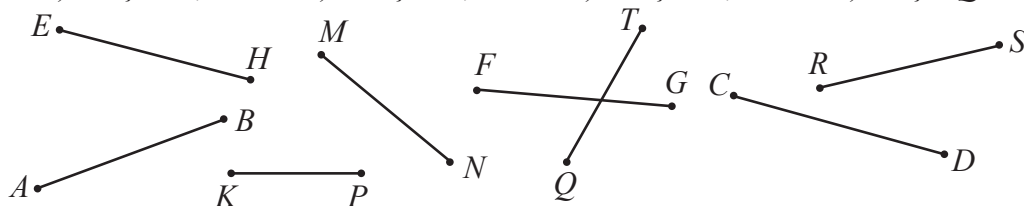
10. Utilizând compasul, comparați lungimile segmentelor:

a) AB și CD ;

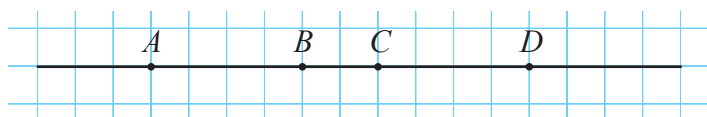
b) MN și KP ;

c) FG și EH ;

d) RS și TQ .



11. În câte moduri poate fi numită dreapta din desen?



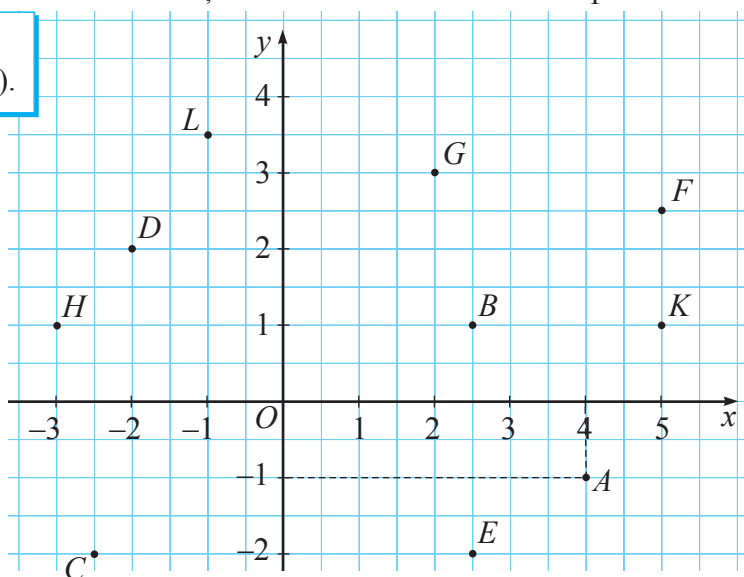
12. Punctele A , B și C sunt coliniare în această ordine. Determinați distanța dintre mijloacele segmentelor AB și BC , dacă $AB = 24$ cm și $BC = 16$ cm.

13. Segmentele AB și BC sunt situate pe aceeași dreaptă. Aflați BC , dacă $AB = 16$ cm și distanța dintre mijloacele segmentelor date este de 14 cm.

14. Punctele A , B și C sunt necoliniare. Prin fiecare două dintre ele a fost construită o dreaptă. În câte porțiuni împart planul dreptele construite?

15. Dreptele-axe numerice Ox și Oy din desen sunt perpendiculare. Notăția $A(4; -1)$ se citește: „Punctul A are coordonatele 4 și -1 ”, ceea ce înseamnă că dreapta paralelă cu Oy , care trece prin punctul A , intersectează axa Ox în punctul de diviziune 4, iar dreapta paralelă cu Ox , care trece prin punctul A , intersectează axa Oy în punctul de diviziune -1 . Aflați similar coordonatele celorlalte puncte din desen.

Model:
 $B(2,5; 1)$.



§ 2 Unghiuri

2.1. Clasificarea unghiurilor

Ce știm? Ce aflăm?

1 Citiți ghicitoarea lui Știemult și stabiliți ce figură geometrică este descrisă:

*Două semidrepte
Cu capăt comun
O figură este,
Denumită ...*

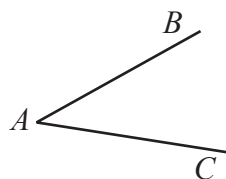


- Cum se numește instrumentul din mâna lui Știemult și ce se poate construi cu el?

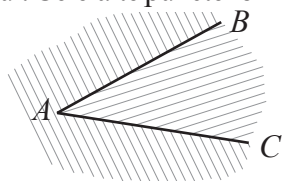


Ne amintim

- ♦ **Unghiul** este o figură geometrică formată din două semidrepte (laturile unghiului) cu originea comună (vârful unghiului).
Unghiul format de semidreptele $[AB]$ și $[AC]$ se notează $\angle BAC$.



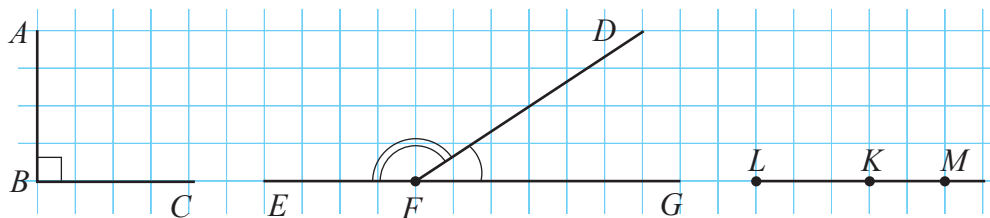
- ♦ **Interiorul unghiului** este mulțimea punctelor care sunt situate între laturile unghiului. Celelalte puncte formează **exteriorul unghiului**.



 – interiorul unghiului BAC

 – exteriorul unghiului BAC

2 Examinați desenul și completați cu unul dintre cuvintele: *nul, alungit, ascuțit, drept, obtuz*.



- | | | | |
|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\angle ABC$ este unghi | <input type="text"/> | $\angle DFG$ – unghi | <input type="text"/> |
| $\angle DEF$ – unghi | <input type="text"/> | $\angle EFG$ – unghi | <input type="text"/> |
| $\angle KLM$ – unghi | <input type="text"/> | $\angle LKM$ – unghi | <input type="text"/> |

- Scrieți unghiurile menționate în ordinea crescătoare a măsurilor lor.

2.2. Măsura în grade a unghiurilor

Cercetăm și descoperim

1 Dacă nu ținem cont de notații, două segmente diferite se deosebesc prin lungime. Comparând două segmente, de fapt, comparăm lungimile lor.

Cum comparăm două unghiuri?

Din clasa a V-a cunoaștem că deschiderea unghiului reprezintă măsura lui. Deci, cu cât această deschidere este mai mare, cu atât mai mare este **măsura unghiului**. Prin urmare, dintre toate unghiurile, unghiul alungit are măsura cea mai mare.

Rețineți!

Măsura unghiului A se notează prin $m(\angle A)$.

Două **unghiuri** se numesc **congruente** dacă ele au măsuri egale.

Dacă unghiurile A și B sunt congruente, notăm $\angle A \equiv \angle B$.

Observație. Unghiurile congruente prin suprapunere coincid.

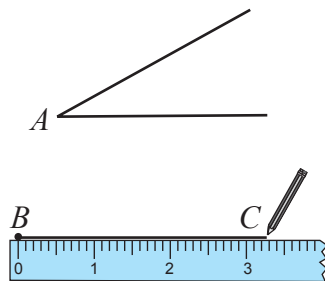
• De câte ori măsura unghiului drept este mai mică decât măsura unghiului alungit? Justificați.

2 Cum construim un unghi congruent cu cel dat?

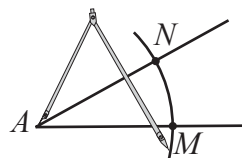
Rezolvare:

Fie dat $\angle A$ și trebuie să construim $\angle B$, congruent cu $\angle A$.

① Construim semidreapta $[BC]$.



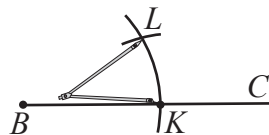
② Cu ajutorul compasului, construim o porțiune de cerc cu centrul A , care să intersecteze laturile unghiului A (fie în punctele M și N).



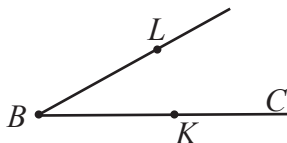
③ Cu aceeași deschizătură a compasului construim o bucată de cerc cu centrul B , care să intersecteze $[BC]$ în punctul K .



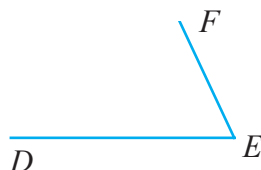
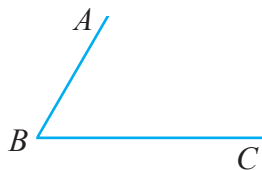
④ Cu ajutorul compasului, depunem punctul L pe bucată de cerc (cu centrul B) astfel încât $[KL] \equiv [MN]$.



Obținem $\angle KBL \equiv \angle B \equiv \angle A$.



- 3 Mihaela trebuie să compare măsurile unghiurilor ABC și DEF .



Citiți informațiile următoare și ajutați-o pe Mihaela să rezolve problema.

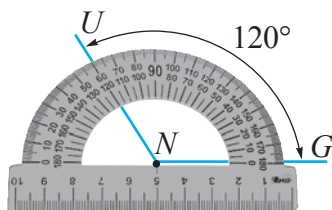


Rețineți!

- Pentru a obține unitatea de măsură a unghiurilor, oamenii „au împărțit” unghiul alungit în 180 de părți egale. Ei au considerat că o parte (din cele 180) are măsura de **un grad** și au notat 1° (a se vedea desenul).



- Deci, măsura unghiului alungit este de 180° .
- Măsura unghiului drept este de 90° (citim „90 de grade”).
- Unul dintre cele mai utilizate instrumente pentru măsurarea unghiurilor este **raportorul**. Pentru a măsura un unghi, plasăm astfel raportorul, încât vârful unghiului să coincidă cu centrul semicercului raportorului, iar o latură să treacă prin notația 0. Astfel, cealaltă latură va trece prin notația care va arăta măsura unghiului.
Unghiul UNG din desen este de 120° .
Notăm: $m(\angle UNG) = 120^\circ$.



Activitate practică

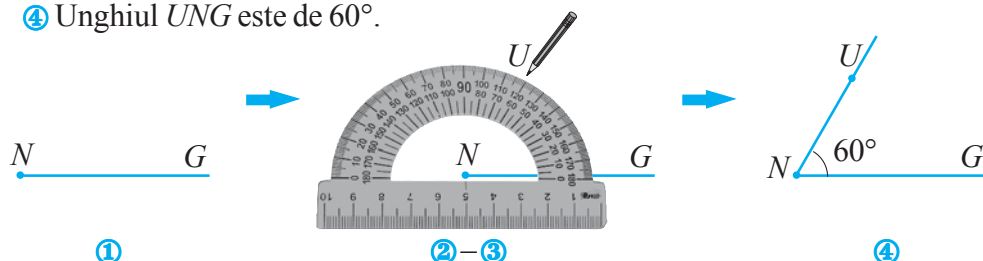
- Utilizați raportorul pentru a rezolva problema Mihaelei.

- 4 Cum se construiește cu ajutorul raportorului un unghi de 60° ?

Rezolvare:

- Construim semidreapta $[NG]$.
- Plasăm astfel raportorul încât centrul semicercului său să coincidă cu punctul N , iar semidreapta $[NG]$ să treacă prin notația 0.
- Construim punctul U în dreptul notației 60.

④ Unghiul UNG este de 60° .



Activități practice

- Construiți după același procedeu un unghi: a) de 45° ; b) de 110° .
- Construiți un segment AB de 5 cm și mediatoarea lui.

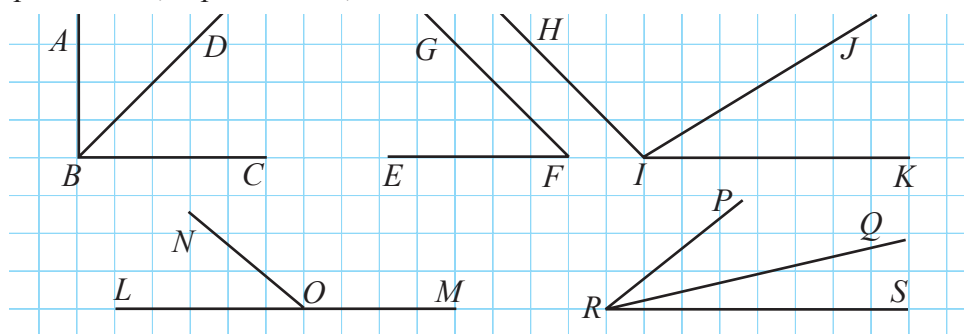
2.3. Clasificarea perechilor de unghiuri

Rețineți!

- ◆ Două unghiuri coplanare se numesc **unghiuri adiacente** dacă au vârful comun și o latură comună, situată între celelalte două laturi ale unghiurilor.
- ◆ Unghiurile A și B se numesc **unghiuri complementare** dacă suma măsurilor lor este 90° . În acest caz unghiul A este **complementul** unghiului B și reciproc.
- ◆ Unghiurile A și B se numesc **unghiuri suplementare** dacă suma măsurilor lor este 180° . În acest caz, unghiul A este **suplementul** unghiului B , iar unghiul B – suplementul unghiului A .

Aplicăm

1 Examinați, măsurați și completați adecvat cu una (sau mai multe) dintre noțiunile: *complementare, suplementare, adiacente*.



- Unghiurile ABD și CBD sunt unghiuri
- Unghiurile EFG și HIK sunt unghiuri
- Unghiurile HIJ și JIK sunt unghiuri
- Unghiurile LON și MON sunt unghiuri
- Unghiurile PRQ și QRS sunt unghiuri

2 Calculați măsura unghiului COD din desen, dacă $m(\angle AOB) = 40^\circ$.

Cercetăm și descoperim

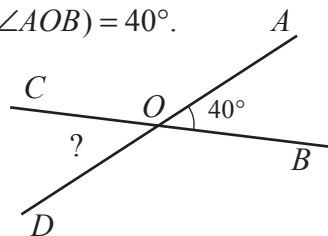
Unghiurile AOB și AOC sunt adiacente suplementare.

Prin urmare, $m(\angle AOC) = 180^\circ - \square$.

Unghiurile AOC și COD sunt adiacente suplementare.

Prin urmare, $m(\angle COD) = 180^\circ - \square = \square = m(\angle \square)$.

• Calculați și comparați măsurile unghiurilor BOD și AOC . Trageți concluzia.



Rețineți!

Două unghiuri se numesc **unghiuri opuse la vârf** dacă au vârful comun și laturile lor sunt semidrepte opuse.

Rețineți!

Proprietatea unghiurilor opuse la vârf

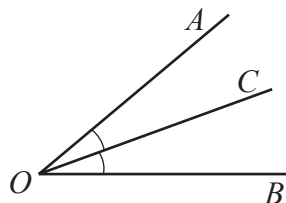
Unghiurile opuse la vârf sunt congruente.

• Câte perechi de unghiuri opuse la vârf formează două drepte concurente?

2.4. Bisectoarea unui unghi

Rețineți!

Bisectoarea unghiului este semidreapta cu originea în vârful unghiului, inclusă în interiorul lui și care formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente.



[OC este bisectoarea unghiului AOB .]

• Construiți un unghi drept, apoi, cu ajutorul raportorului, construiți bisectoarea lui.

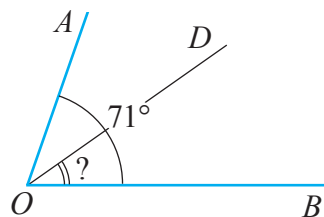
Aplicăm

Semidreapta $[OD$ este bisectoarea unghiului AOB .
Ce măsură are unghiul AOD , dacă $m(\angle AOB) = 71^\circ$?

Rezolvare:

Evident, putem considera că $m(\angle AOD) = 71^\circ : 2 = 35,5^\circ$.

Dar ce înseamnă $0,5^\circ$?



Explicăm

Pentru a măsura mai exact unghiurile, se folosesc unități de măsură mai mici decât gradul.

Astfel, $\frac{1}{60}$ dintr-un grad se numește **minut** (se notează $'$), iar $\frac{1}{60}$ dintr-un minut se numește **secundă** (se notează $''$). Prin urmare, $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

Astfel, $30,5^\circ = 30^\circ 30'$.

Răspuns: $m(\angle AOD) = 30^\circ 30'$.

Aplicăm

3 Calculați:

a) $24^\circ 52' 48'' + 33^\circ 49' 27''$;

b) $61^\circ 32' 43'' + 47^\circ 36' 58''$.

Rezolvare:

a) $24^\circ 52' 48'' + 33^\circ 49' 27'' = 57^\circ 101' 75'' = 57^\circ 102' 15'' = 58^\circ 42' 15''$.

$75'' = 60'' + 15'' = 1' 15''$

$102' = 60' + 42' = 1^\circ 42'$

b) $61^\circ 32' 43'' - 47^\circ 36' 58'' = 61^\circ 31' 103'' - 47^\circ 36' 58'' =$

$32' = 31' + 60''$

$61^\circ = 60^\circ + 60'$

$= 60^\circ 91' 103'' - 47^\circ 36' 58'' = 13^\circ 55' 45''$.

Exerciții și probleme

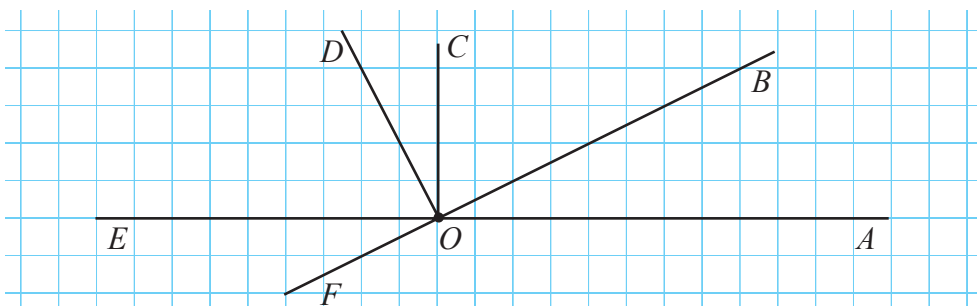
1. Examinați desenul și recunoașteți unghiurile:

a) ascuțite;

b) obtuze;

c) alungite;

d) drepte.



2. Examinați desenul exercițiului 1 și precizați perechile de unghiuri:

a) suplementare;

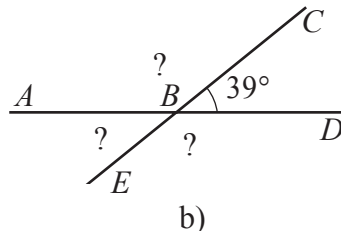
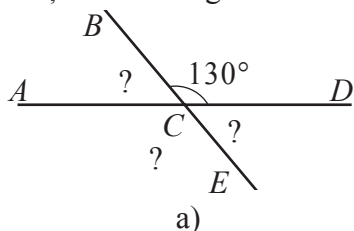
b) complementare;

c) adiacente;

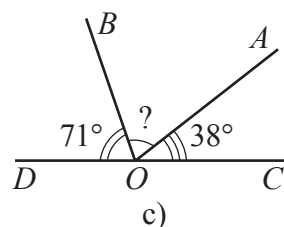
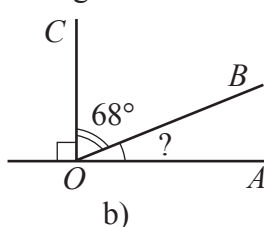
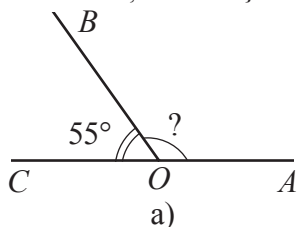
d) adiacente complementare; e) adiacente suplementare.

3. Calculați măsura:
- a) complementului unui unghi de 60° ; b) complementului unui unghi de 38° ;
 c) suplementului unui unghi de 70° ; d) suplementului unui unghi de 11° .

4. Calculați măsurile unghiurilor necunoscute din desen:



5. Aflați măsura unui unghi, dacă măsura complementului său este:
- a) de 2 ori mai mare; b) de 8 ori mai mică;
 c) cu 20° mai mare; d) cu 40° mai mică.
6. Aflați măsura unui unghi, dacă măsura suplementului său este:
- a) de 3 ori mai mare; b) de 5 ori mai mică;
 c) cu 50° mai mare; d) cu 150° mai mică.
7. Construiți unghiurile:
- a) ABC și CBD astfel încât semidreptele BD și BA să fie opuse;
 b) ABC și DBE astfel încât fiecare dintre perechile de semidrepte BE și BC , BA și BD să fie semidrepte opuse.
8. Construiți două unghiuri: a) cu vârf comun și nicio latură comună;
 b) cu o latură comună și celelalte – semidrepte opuse.
 c) cu o latură comună și celelalte – reciproc perpendiculare.
9. Stabiliți tipul unghiului, știind că măsura lui este de:
- a) 90° ; b) 180° ; c) 60° ; d) 135° ; e) 0° ; f) 87° .
10. Construiți un unghi cu măsura de:
- a) 40° ; b) 135° ; c) 80° ; d) 155° .
11. Care este măsura unghiului descris de minutarul unui ceas timp de:
- a) 15 min.; b) 30 min.; c) 25 min.; d) 10 min.?
12. Examinați desenul și aflați măsura unghiului AOB :



13. În cât timp minutarul unui ceas va descrie un unghi cu măsura de:
- a) 30° ; b) 60° ; c) 135° ; d) 1° ?

14. Calculați:

a) $39^{\circ}24' + 25^{\circ}43'$;

b) $67^{\circ}18' + 15^{\circ}24'$;

c) $51^{\circ}40' - 27^{\circ}33'$;

d) $120^{\circ} - 116^{\circ}52'$.

15. Unghiul alungit AOB din desen a fost divizat de 4 semidrepte în 5 unghiuri congruente.

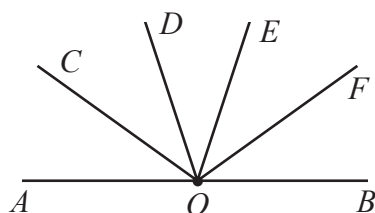
Aflați:

a) $m(\angle AOC)$;

b) $m(\angle COE)$;

c) $m(\angle BOC)$;

d) $m(\angle FOC)$.



16. Desenați doar cu rigla și creionul un unghi cu măsura:

a) mai mare de 90° ; b) mai mică de 90° .

Aflați măsura unghiului construit.

17. Calculați: a) $45^{\circ} : 2$;

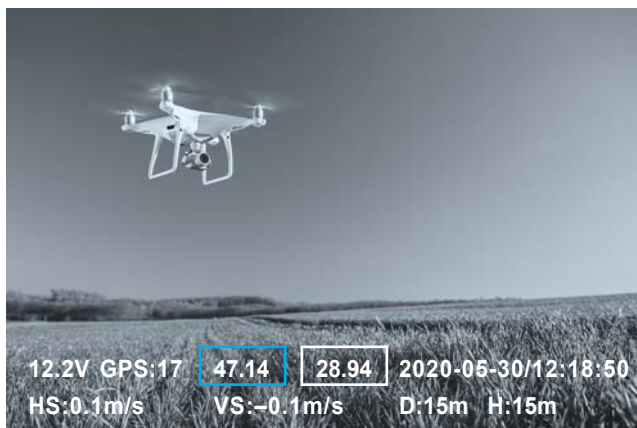
b) $97^{\circ} : 2$;

c) $2 \cdot 75^{\circ}38'$;

d) $2 \cdot 67^{\circ}29'$.

18. Imaginea reprezintă datele colectate de la bordul unei drone: $47,14^{\circ}$ și $28,94^{\circ}$. Pentru a scrie $47,14^{\circ}$ fără virgulă, adică indicând minutele și secunde, vom proceda astfel:

$$\begin{aligned} 47,14^{\circ} &= 47^{\circ} + 0,14^{\circ} = \\ &= 47^{\circ} + (60 \cdot 0,14)' = 47^{\circ} + 8,4' = \\ &= 47^{\circ}8' + (60 \cdot 0,4)'' = \\ &= 47^{\circ}8' + 24'' = 47^{\circ}8'24''. \end{aligned}$$



Scrieți fără virgule (indicând minutele și secunde):

a) $28,94^{\circ}$;

b) $40,15^{\circ}$;

c) $34,45^{\circ}$;

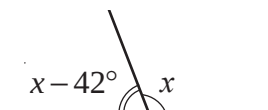
d) $89,22^{\circ}$;

e) $76,18^{\circ}$.

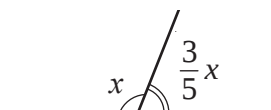
19. Examinați desenul și aflați valoarea lui x :



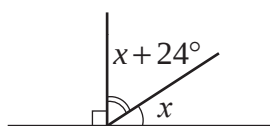
a)



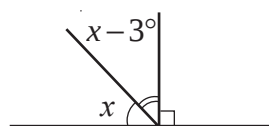
b)



c)

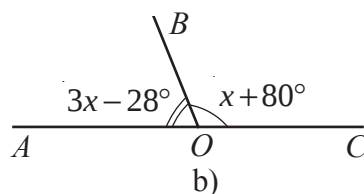
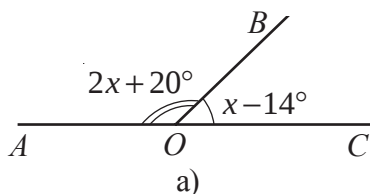


d)



e)

20. Examinați desenul și aflați măsurile unghiurilor AOB și BOC :



21. Un unghi are măsura de 44° . Aflați măsurile unghiurilor formate de bisectoarea lui și de laturile complementului adiacent cu acest unghi.
22. Un unghi are măsura de 68° . Aflați măsurile unghiurilor formate de bisectoarea lui și de laturile suplementului adiacent cu acest unghi.
23. Diferența măsurilor a două unghiuri suplementare este cu 100° mai mică decât suma lor. Aflați măsurile unghiurilor.

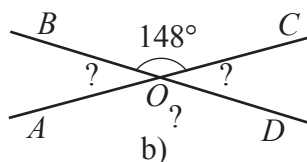
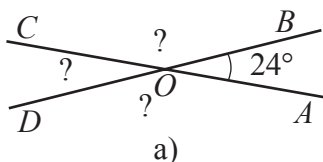
24. Adevărat sau fals?



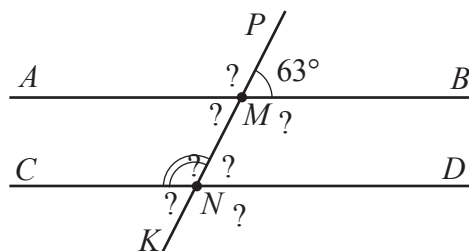
- a) Măsurile unghiurilor opuse la vârf și suplementare sunt egale cu 90° .
- b) Măsurile unghiurilor opuse la vârf și complementare sunt egale cu 90° .
- c) Măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri complementare este egală cu 45° .
- d) Măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri suplementare este egală cu 90° .

25. La intersecția a două drepte concurente se formează 4 unghiuri. Care sunt măsurile unghiurilor, dacă suma măsurilor a 3 unghiuri este egală cu 200° ?

26. Examinați desenul și aflați măsurile necunoscute ale unghiurilor. Trageți concluzia.



27. Dreptele AB și CD din desen sunt paralele. Calculați măsurile necunoscute ale unghiurilor. Trageți concluzia.



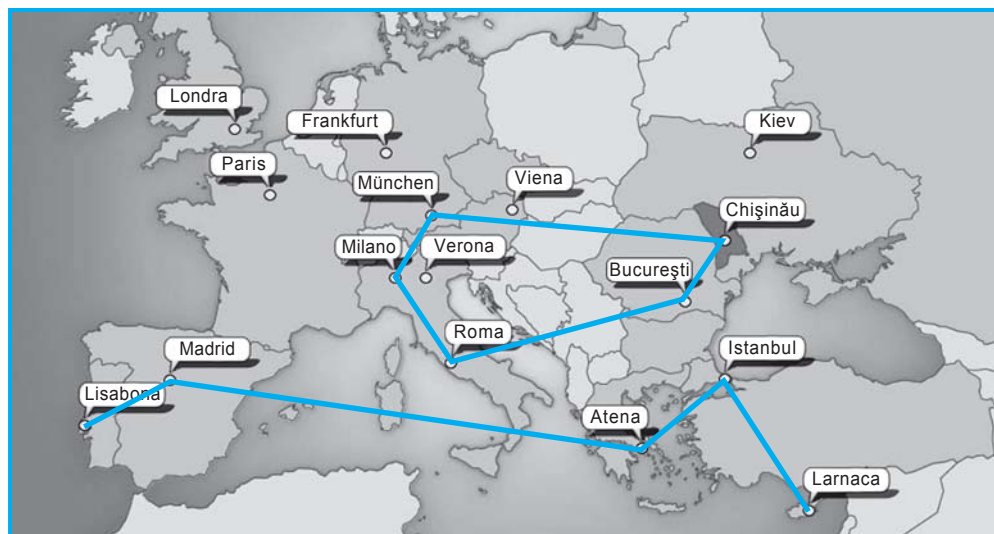
28. Laturile a două unghiuri cu același vârf sunt perpendiculare două câte două. Ce poziții relative pot avea bisectoarele acestor unghiuri?
29. Calculați măsura unghiului format de acele ceasornicului la ora 2 și 10 minute.

§3 Poligoane

3.1. Linii frânte. Poligoane

Cercelăm și descoperim

1 Examinați imaginea.



Cu ce figură geometrică poate fi asociat traseul de zbor:

- a) Larnaca, Istanbul, Atena, Madrid, Lisboa;
- b) Chișinău, București, Roma, Milano, München, Chișinău?

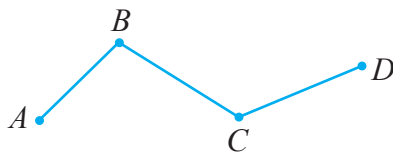
Rezolvare:

a) Traseul de zbor Larnaca, Istanbul, Atena, Madrid, Lisboa descrie o **linie frântă deschisă** cu **vârfurile** în orașele menționate.

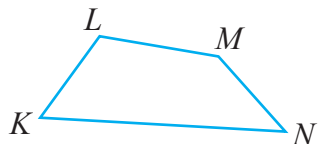
b) Traseul de zbor Chișinău, București, Roma, Milano, München, Chișinău descrie o **linie frântă închisă**.

Rețineți!

- ◆ Segmentele din care este formată linia frântă se numesc **laturi**, iar capetele acestor laturi – **vârfuri** ale liniei frânte.
- ◆ Oricare trei vârfuri consecutive ale unei **linii frânte** sunt necoliniare.
- ◆ **Linia frântă deschisă** are două vârfuri din care „pornește” doar câte o latură.



- ♦ **Linia frântă închisă** are doar vârfuri din care „pornesc” câte două laturi.
- ♦ Notăm linia frântă indicând vârfurile ei în ordinea consecutivității lor. În desene sunt reprezentate linia frântă deschisă $ABCD$ și linia frântă închisă $KLMN$.

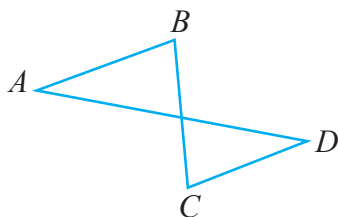


2 Construiți o linie frântă închisă:

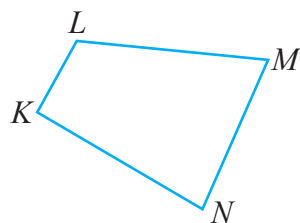
- cu 4 laturi, dintre care două nu vor avea vârf comun și se vor intersecta;
- cu 4 laturi, care se vor intersecta doar în vârfurile liniei.

Rezolvare:

a) Construim linia frântă $ABCD$.

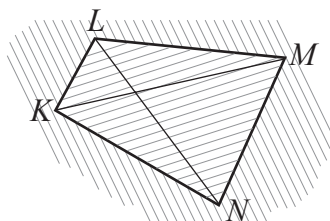


b) Construim linia frântă $KLMN$.



Rețineți!

- ♦ Linia frântă închisă, ale cărei laturi nu au alte puncte comune decât vârfurile liniei, se numește **poligon**.
Linia frântă $KLMN$, construită anterior, este un poligon cu 4 laturi. Punctele K, L, M, N sunt **vârfurile** acestui poligon.
- ♦ **Diagonala** poligonului este segmentul care unește două vârfuri nealăturate unei laturi.
- ♦ Porțiunea planului mărginită de laturile poligonului se numește **interiorul poligonului**. Cealaltă porțiune a planului se numește **exteriorul poligonului**.



$[KM], [LN]$ – diagonalele poligonului $KLMN$



– interiorul poligonului $KLMN$



– exteriorul poligonului $KLMN$

3.2. Tipuri de poligoane

Ce știm? Ce aflăm?

1 Cum se numește poligonul cu 3 laturi? Ce poligoane cu 4 laturi au fost studiate în clasele precedente?

Rezolvare:

Triunghiul este un poligon cu 3 laturi. În clasele precedente am examinat pătrate și dreptunghiuri, care sunt **poligoane cu 4 laturi**.

Există și alte tipuri de poligoane cu 4 laturi.

Rețineți!

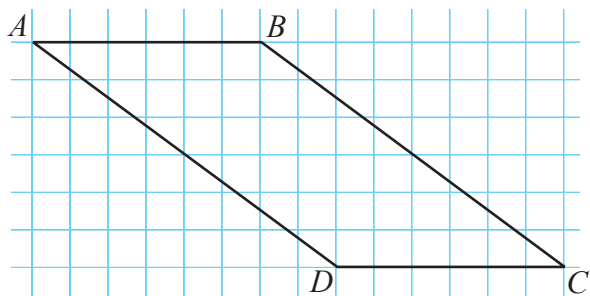
- ◆ Poligoanele se clasifică după numărul de laturi:
triunghiuri – poligoane cu 3 laturi; patrulater – poligoane cu 4 laturi;
pentagoane – poligoane cu 5 laturi; hexagoane – poligoane cu 6 laturi etc.

2 Construiți un patrulater cu două laturi paralele și congruente. Măsurați lungimile celorlalte două laturi, apoi stabiliți poziția relativă a dreptelor care le conțin.

Rezolvare:

Patrulaterul $ABCD$ are laturile paralele AB și CD . În urma măsurării obținem că $AD = BC = 5$ cm.

Cu ajutorul a două rigle, ne convingem că dreptele AD și BC nu se intersectează. Prin urmare, perechea de laturi AD și BC are aceleași proprietăți ca și perechea AB și CD : sunt congruente și paralele.

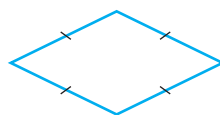


Rețineți!

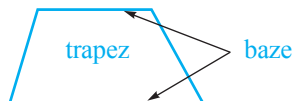
- ◆ Patrulaterul cu două laturi paralele și congruente se numește **paralelogram**.

Paralelogramul are două perechi de laturi paralele și congruente.

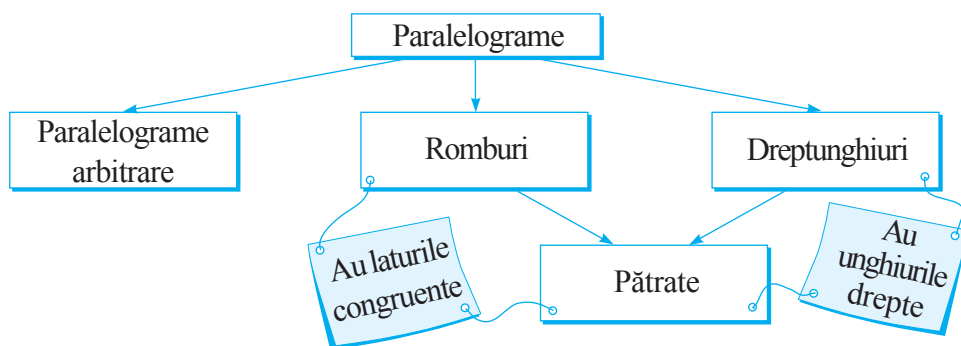
- ◆ **Rombul** este un paralelogram cu laturile congruente.



- ◆ Patrulaterul cu două laturi paralele și alte două neparalele se numește **trapez**. Laturile paralele ale trapezului se numesc **baze**.



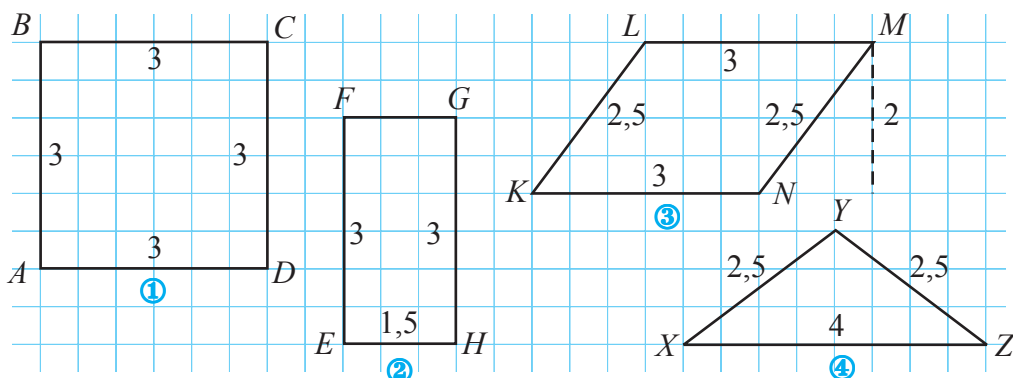
3 Examinați schema și observați tipurile speciale de paralelograme:



• Cum se numește paralelogramul care este romb și dreptunghi în același timp?

3.3. Perimetrul poligonului

Examinați imaginile. Calculați perimetrul fiecărui poligon.



Rezolvare:

$$\mathcal{P}_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (cm)}.$$

$$\mathcal{P}_{EFGH} = 2EF + 2FG = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1,5 = 9 \text{ (cm)}.$$

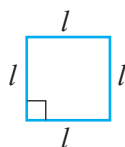
$$\mathcal{P}_{KLMN} = 2KL + 2LM = 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 3 = 11 \text{ (cm)}.$$

$$\mathcal{P}_{XYZ} = XY + YZ + XZ = 2,5 + 2,5 + 4 = 9 \text{ (cm)}.$$

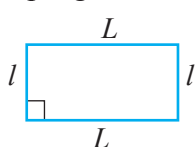


Ne amintim

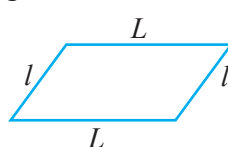
Perimetrul unui poligon este suma lungimilor laturilor lui.



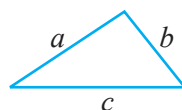
$$\mathcal{P}_{\square} = 4 \cdot l$$



$$\mathcal{P}_{\square} = 2(L + l)$$



$$\mathcal{P}_{\square} = 2(L + l)$$



$$\mathcal{P}_{\triangle} = a + b + c$$

3.4. Aria pătratului. Aria dreptunghiului

Ce știm? Ce aflăm?

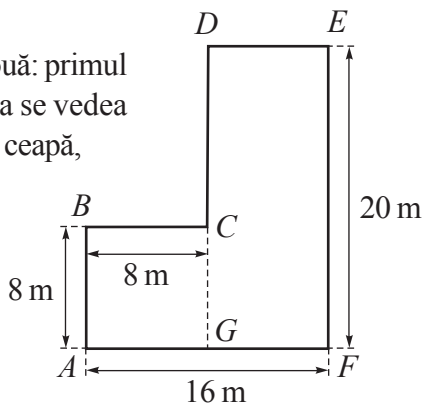
1 Un fermier a împărțit un lot de pământ în două: primul are formă pătratică, al doilea – dreptunghiulară (a se vedea desenul). Suprafața mai mică a fost însămânțată cu ceapă, iar suprafața mai mare – cu usturoi.

Ce suprafață a fost însămânțată cu ceapă și ce suprafață – cu usturoi?

Rezolvare:

- ① $\mathcal{A}_{ABCG} = AB^2 = 8^2 = 64 \text{ (m}^2\text{)}.$
- ② $DE = AF - AG = AF - BC = 16 - 8 = 8 \text{ (m)}.$
- ③ $\mathcal{A}_{DEFG} = DE \cdot EF = 8 \cdot 20 = 160 \text{ (m}^2\text{)}.$
- ④ Observăm că $\mathcal{A}_{DEFG} > \mathcal{A}_{ABCG}$, deoarece $160 > 64$.

Răspuns: 64 m^2 – cu ceapă; 160 m^2 – cu usturoi.



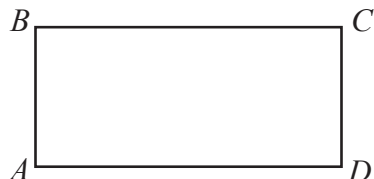
Complețăm și comentăm

2 Perimetrul unui dreptunghi este de 96 m. Știind că lățimea dreptunghiului reprezintă 50 % din lungimea acestuia, să se afle aria dreptunghiului.

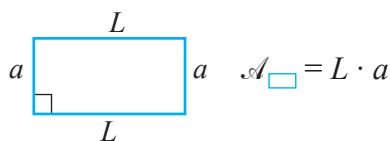
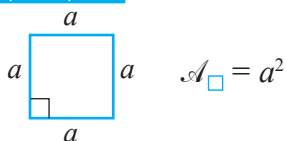
Rezolvare:

- ① Deoarece AB reprezintă 50 % din BC , rezultă că $BC = 2AB$.
- ② $\mathcal{P}_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2(AB + 2AB) = 2 \cdot 3 \cdot AB = 6AB$.
- ③ $\mathcal{P}_{ABCD} = 96 \text{ m}$, deci $6AB = 96 \text{ m}$.
- ④ $AB = \boxed{} : \boxed{} \text{ (m)}.$
- ⑤ $BC = 2AB = 2 \cdot \boxed{} = \boxed{} \text{ (m)}.$
- ⑥ $\mathcal{A}_{ABCD} = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{} \text{ (m}^2\text{)}.$

Răspuns: $\boxed{} \text{ m}^2$.



Rețineți!



Exerciții și probleme

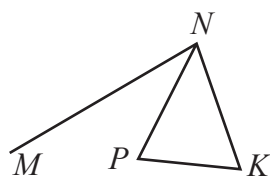
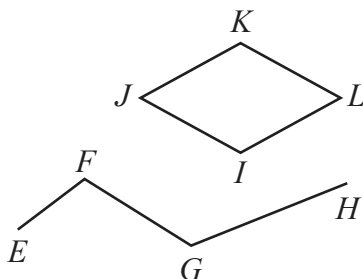
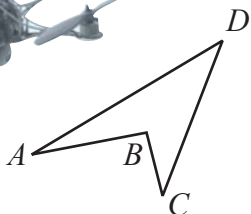


1. Observați traiectoriile de zbor ale dronei. Recunoașteți:

a) liniile frânt deschise;

b) liniile frânt închise;

c) poligoanele.



2. Construiți:

a) o linie frântă închisă cu 5 laturi; b) o linie frântă deschisă cu 6 laturi;

c) un poligon cu 5 laturi; d) o linie frântă închisă cu 5 laturi, care nu este poligon.

3. Construiți:

a) un paralelogram cu laturile de 6 cm și 8 cm;

b) un trapez cu bazele de 3 cm și 5 cm;

c) un romb cu diagonalele de 4 cm și 7 cm;

d) un pătrat cu diagonalele de 5 cm.

4. Aflați perimetrul poligonului cu laturile de lungimile:

a) 3 cm; 4,2 cm; 5,8 cm; 6 cm;

b) $\frac{2}{3}$ cm; $\frac{4}{3}$ cm; 1 cm; 1,5 cm.

5. Câte diagonale are un poligon cu:

a) 5 laturi;

b) 6 laturi?

6. Aflați aria unui pătrat cu latura de:

a) 8 cm;

b) $3\frac{1}{4}$ cm;

c) 2,05 cm;

d) $7\frac{1}{3}$ cm.

7. Aflați aria unui dreptunghi cu laturile de:

a) 6 cm și 10 cm;

b) 8,5 cm și 2,4 cm;

c) $4\frac{1}{6}$ cm și 12 cm.

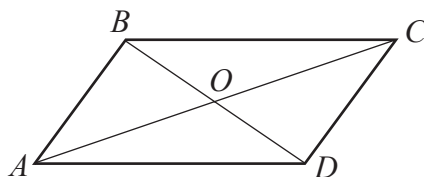
8. În desen este reprezentat paralelogramul $ABCD$. Completați:

a) $BC \parallel$;

b) $\cap$ $= \{O\}$;

c) $[AB] \equiv$;

d) $\equiv [OC]$.



9. Ce proprietăți comune au:

- a) paralelogramul și trapezul;
- b) paralelogramul și dreptunghiul;
- c) romb și pătratul;
- d) pătratul și dreptunghiul?

10. Construiți un paralelogram $KLMN$.

Utilizând raportorul, măsurați, apoi completați:

- a) $\angle K \equiv$; b) $\angle N \equiv$; c) $m(\angle K) + m(\angle N) =$.

Trageți concluziile.

11. Aflați perimetrul:

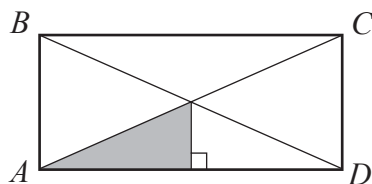
- a) unui triunghi cu laturile de $3\frac{1}{2}$ cm; 4,6 cm și 5,9 cm;
- b) unui pătrat cu latura de $2\frac{7}{9}$ cm;
- c) unui dreptunghi cu laturile de 25,6 cm și 34,3 cm;
- d) unui romb cu latura de $5\frac{1}{9}$ cm.

12. O stradă de forma unui dreptunghi cu lungimea de 0,75 km și lățimea de 10,5 m a fost asfaltată. Să se afle aria suprafeței asfaltate.

13. O echipă de muncitori a montat 32 de geamuri, fiecare având forma unui dreptunghi cu dimensiunile de 45 cm și 75 cm. Costul montării unui metru pătrat de geam este de 80 lei. Aflați cât a costat întreaga lucrare.

14. Suma lungimilor laturilor unui patrulater este de 66 dm. Să se afle lungimea fiecărei laturi, știind că ele sunt numere consecutive.

15. Suprafața colorată a dreptunghiului este de 12 cm^2 . Să se afle aria dreptunghiului $ABCD$.



16. Compuneți o problemă cu referire la:

- a) perimetrul dreptunghiului și aria pătratului;
- b) aplicații ale ariilor pătratului și dreptunghiului.

§4 Cercul. Discul

4.1. Elementele cercului

Ce știm? Ce aflăm?

1 Examinați imaginea. Ce figură geometrică a descris pe gheață fiecare copil?



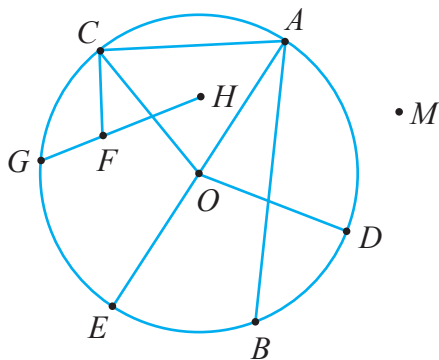
Explicăm

Ana a descris o **linie curbă deschisă**.

Dan a descris o **linie curbă închisă**.

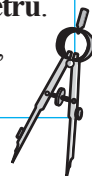
Mihai a descris **un cerc**.

2 Examinați desenul (O este centrul cercului) și completați adecvat.



Ne amintim!

- ◆ Toate punctele cercului sunt egal depărtate de un punct, numit **centrul cercului**.
- ◆ Segmentul care unește centrul cercului cu un punct al cercului se numește **rază**.
- ◆ Segmentul care unește două puncte ale cercului se numește **coardă**.
- ◆ Coarda care conține centrul cercului se numește **diametru**.
- ◆ Pentru a construi un cerc, folosim **compasul**.



a) $OA = \square = OE = \square$.

b) $[OD] \equiv \square \equiv \square$.

c) Segmentele $\square$ sunt raze ale cercului.

d) $\square$ este diametru al cercului.

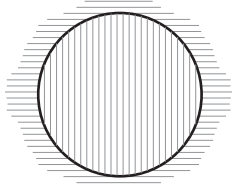
e) $\square$ sunt coarde ale cercului.

f) Punctele $\square$ aparțin interiorului cercului.

g) Punctele $\square$ nu aparțin cercului.

Rețineți!

- ◆ Porțiunea planului mărginită de cerc se numește **interiorul cercului**. Cealaltă porțiune a planului se numește **exteriorul cercului**.
- ◆ Cercul împreună cu interiorul său se numește **disc**.



— interiorul cercului



— exteriorul cercului

4.2. Lungimea cercului. Aria discului

Cercelăm și descoperim

1 Mihai a măsurat cu ajutorul metrului de croitorie diametrul d al bazei și lungimea L a cercului din baza a două vase. Calculați valoarea aproximativă a raportului $\frac{L}{d}$ pentru fiecare vas.

Ce observați?



$L \approx 79,8$ cm, $d \approx 25,4$ cm



$L \approx 59,7$ cm, $d \approx 19$ cm



Rezolvare:

$$\textcircled{1} \frac{L}{d} \approx \frac{79,8}{25,4} \approx 3,14.$$

$$\textcircled{2} \frac{L}{d} \approx \frac{59,7}{19} \approx 3,14.$$

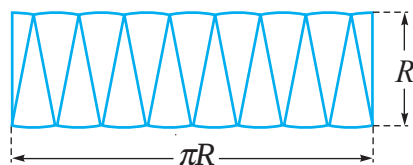
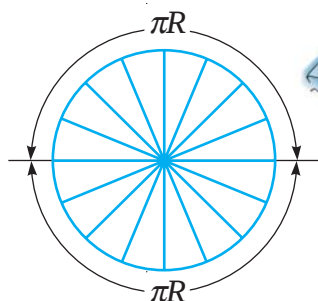
Rețineți!

- ◆ Raportul dintre lungimea unui cerc și diametrul său este un număr constant (care nu este rațional), notat cu litera grecească π (se citește „pi”).
 $\pi \approx 3,1416$.
- ◆ **Lungimea oricărui cerc** poate fi calculată cu ajutorul formulei $L = \pi \cdot d$, unde d este diametrul cercului. Dacă se știe raza R a cercului, lungimea lui poate fi calculată cu ajutorul formulei $L = 2 \cdot \pi \cdot R$.

- Calculați lungimea aproximativă a cercului cu raza de 5 cm.

2 Știi tot a descoperit formula de calcul pentru aria discului. Observați cum a procedat:

- A împărțit discul în sectoare.
- A aranjat sectoarele astfel încât a obținut o suprafață aproximativ dreptunghiulară cu dimensiunile aproximative πR și R (a se vedea imaginea).
- Aria dreptunghiului obținut este $\pi R \cdot R = \pi R^2$.
- Prin urmare, aria discului poate fi calculată cu ajutorul formulei $\mathcal{A} = \pi R^2$, unde R este raza discului.



Rețineți!

Aria discului se calculează după formula $\mathcal{A} = \pi R^2$, unde R este raza discului.

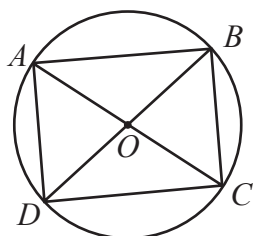
- Calculați aria aproximativă a unui disc cu raza de 10 cm.

Exerciții și probleme

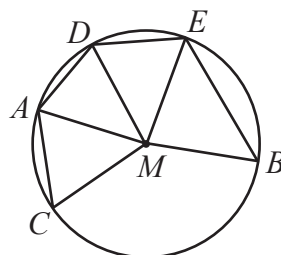
1. Desenați:

- o curbă deschisă;
- o curbă închisă;
- un cerc cu raza de 4 cm.

2. Examinați desenul și recunoașteți elementele cercului (raze, coarde, diametre, centru):



a)

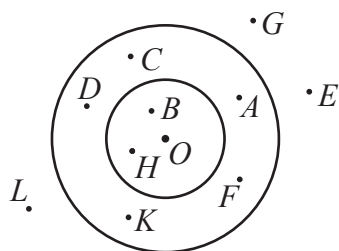


b)

3. Examinați desenul (O este centrul cercurilor).

Aflați mulțimea:

- a) M a punctelor care aparțin interiorului cercului mic;
 b) N a punctelor care aparțin exteriorului cercului mare;
 c) P a punctelor care aparțin interiorului cercului mare și exteriorului cercului mic;
 d) Q a punctelor care aparțin exteriorului cercului mic.



4. Construiți un cerc cu raza de 4 cm și un punct M situat la distanța de 7 cm de centrul cercului. Construiți punctele de pe cerc situate la distanța de:

- a) 5 cm de punctul M ; b) 7 cm de punctul M ; c) 11 cm de punctul M .

5. O dronă a zburat descriind un cerc.

Aflați lungimea traiectoriei de zbor a dronei, dacă raza cercului este egală cu:

- a) 3 m; b) $\frac{6}{\pi}$ m; c) $3\frac{2}{3}$ m.

6. Calculați lungimea cercului cu diametrul de:

- a) 10 cm; b) $6\frac{2}{5}$ cm; c) $\frac{1}{\pi}$ cm.

7. O dronă a zburat descriind un cerc.

Aflați aria discului mărginit de traiectoria de zbor a dronei, dacă raza cercului este egală cu:

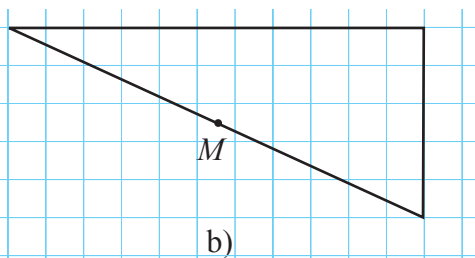
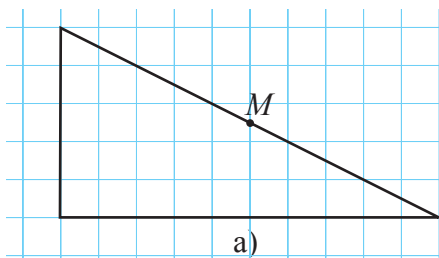
- a) 10 m; b) $2\frac{3}{4}$ m; c) $\frac{9}{\pi}$ m.

8. Calculați aria discului cu diametrul de:

- a) 8 cm; b) $1\frac{2}{5}$ cm; c) $\frac{10}{\pi}$ cm.

9. În desen, punctul M este mijlocul laturii pe care se află. Utilizând compasul, comparați între ele distanțele de la punctul M până la vârfurile triunghiului. Trageți concluzia.

Reproduceți desenul, apoi construiți un cerc cu centrul M , care să conțină vârfurile triunghiului.



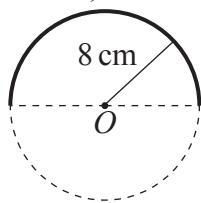
10. Desenați două cercuri astfel încât distanța dintre centrele lor să fie:
 a) egală cu suma razelor lor; b) egală cu diferența razelor lor;
 c) mai mare decât suma razelor lor.
11. Raza unui cerc este de 10 cm. Punctul O este centrul cercului. Care este poziția punctului M față de cerc, dacă:
 a) $MO = 7,5$ cm; b) $MO = 10$ cm; c) $MO = 12$ cm; d) $MO = 5\frac{2}{3}$ cm?



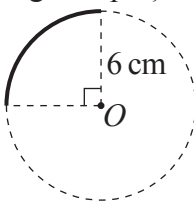
12. Câte puncte comune au două cercuri, dacă distanța dintre centrele lor este de 8 cm, iar razele lor sunt respectiv de:
 a) 5 cm și 6 cm; b) $2\frac{1}{4}$ cm și $5\frac{3}{5}$ cm;
 c) 2 cm și 6 cm; d) 3 cm și $4\frac{1}{7}$ cm?
13. Adevărat sau Fals?
 a) Orice diametru separă cercul în două semicercuri.
 b) Un diametru este de două ori mai scurt decât o rază a aceluiași cerc.
 c) Două cercuri cu raze de aceeași lungime prin suprapunere coincid.
 d) O coardă a cercului este segmentul determinat de două puncte de pe cerc.
 e) Nu există un cerc cu câteva diametre.
 f) Două cercuri pot avea doar un punct comun.
 g) Două cercuri pot avea 3 puncte comune.
 h) O dreaptă și un cerc pot avea cel mult două puncte comune.



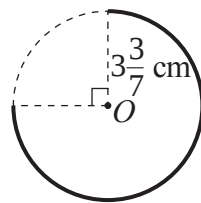
14. Examinați desenul și calculați lungimile porțiunii de cerc (O este centrul cercului):



a)

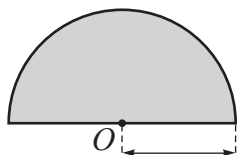


b)

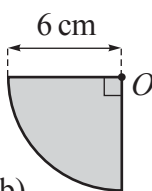


c)

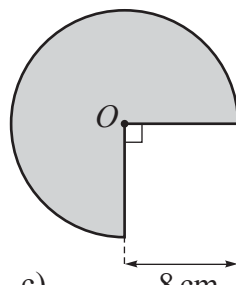
15. Construiți segmentul AB de 3 cm, apoi construiți un cerc astfel încât punctele A și B să aparțină acestui cerc.
16. Examinați desenul și calculați aria porțiunii de disc (O este centrul discului):



a)



b)



c)

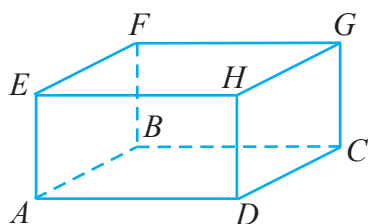
§ 5 Corpuri geometrice

5.1. Cubul, cuboidul, piramida



Ne amintim

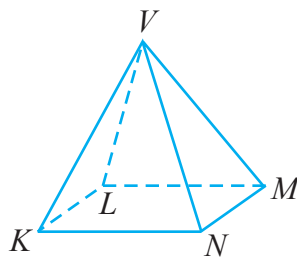
1 Examinați corpurile geometrice reprezentate.



①

Cuboid

(Paralelipiped dreptunghic)



②

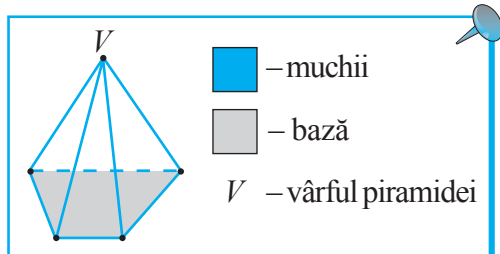
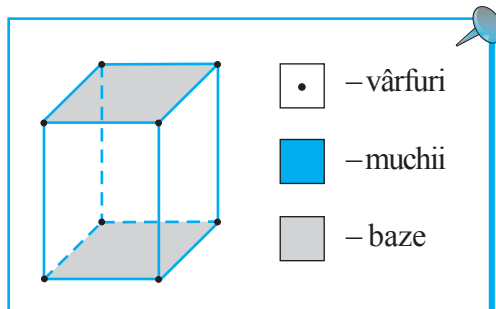
Piramidă

Completați adecvat:

✓ Cuboidul $ABCDEFGH$ are baze, fețe laterale, vârfuri, 12 .

✓ Fețele cuboidului sunt .

✓ sunt mărginite de dreptunghiuri congruente.



✓ Piramida $VKLMN$ are o bază, vârfuri, 4 și 8 .

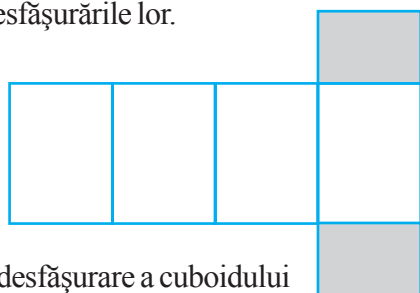
✓ este baza piramidei $VKLMN$.

✓ Baza piramidei patrulateră este un .

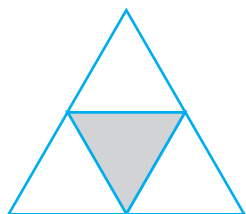
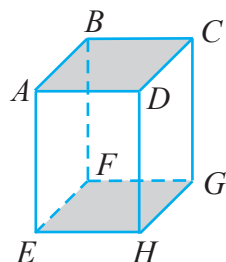
✓ Cuboidul cu toate muchiile congruente este .

Cercetăm și descoperim

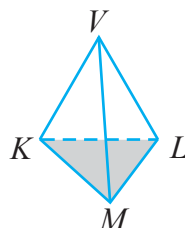
2 Știți tot a confectionat din carton două corpuri geometrice. Mai întâi, el a decupat desfășurările lor.



O desfășurare a cuboidului
 $ABCDEFGH$



O desfășurare a piramidei $VKLM$



- Construiți alte desfășurări ale corpurilor geometrice de la sarcina **2**.
- Reprezentați desfășurarea unui cub cu muchia de 3 cm.

Aplicăm

3 Cuboidul din imagine a fost confectionat din carton. Aflați aria $\mathcal{A}$ a suprafeței ocupate de desfășurarea cuboidului și volumul lui.

Rezolvare:

Desfășurarea cuboidului este formată din 6 suprafețe dreptunghiulare:

- două cu dimensiunile de 8 cm și 15 cm;
- două cu dimensiunile de 10 cm și 15 cm;
- două cu dimensiunile de 8 cm și 10 cm.

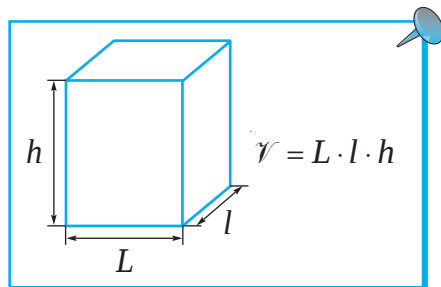
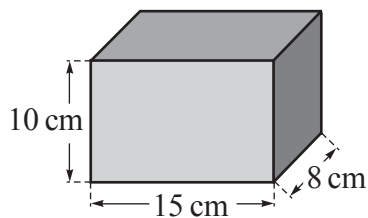
Prin urmare,

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 2 \cdot 8 \cdot 15 + 2 \cdot 10 \cdot 15 + 2 \cdot 8 \cdot 10 = \\ &= 2 \cdot (8 \cdot 15 + 10 \cdot 15 + 8 \cdot 10) = 700 (\text{cm}^2).\end{aligned}$$

Volumul cuboidului este egal cu produsul celor trei dimensiuni ale acestuia.

$$V = 8 \cdot 10 \cdot 15 = 1200 (\text{cm}^3).$$

Răspuns: $\mathcal{A}_{\text{Tot}} = 700 \text{ cm}^2$, $V = 1200 \text{ cm}^3$.



Rețineți!

Aria totală ($\mathcal{A}_{Tot}$) a unui cuboid este suma ariilor tuturor fețelor cuboidului și se calculează cu ajutorul formulei:

$$\mathcal{A}_{Tot} = 2 \cdot (L \cdot l + L \cdot h + l \cdot h),$$

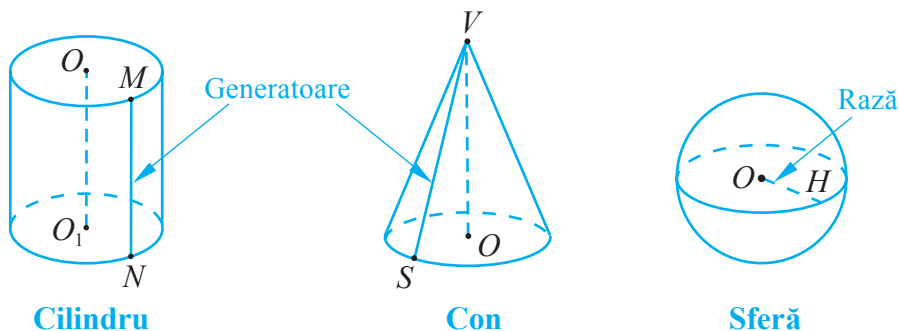
unde L , l și h sunt dimensiunile cuboidului.

- Calculați aria totală și volumul unui cuboid cu dimensiunile de 9 cm, 6 cm și $4\frac{1}{3}$ cm.

5.2. Corpuri rotunde

Ce știm? Ce aflăm?

1 Examinați corpurile geometrice reprezentate.



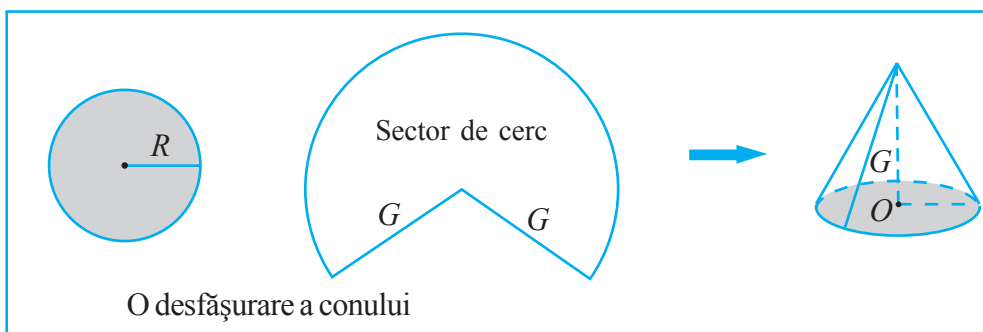
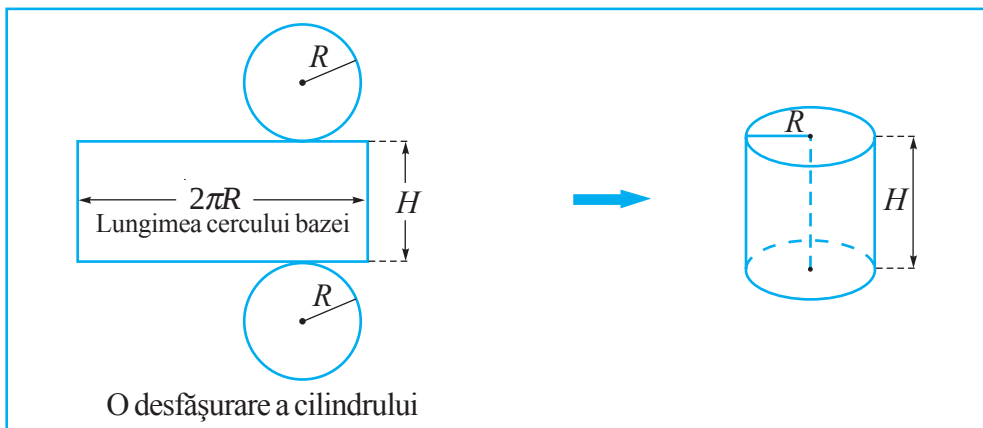
Completați adecvat:

- ✓ Cilindrul are baze – discuri paralele de aceeași rază.
- ✓ Baza conului este un .
- ✓ Toate punctele sunt egal depărtate de un punct, numit .
- ✓ Raza sferei este segmentul care unește cu un punct al sferei.
- ✓ Segmentul este înălțimea cilindrului, iar – înălțimea conului.

Rețineți!

- ♦ **Generatoare a cilindrului** este orice segment care unește două puncte ce aparțin cercurilor bazelor cilindrului și este paralel cu dreapta determinată de centrele acestor baze.
- ♦ **Generatoare a conului** este orice segment care unește vârful conului cu un punct ce aparține cercului bazei conului.

2 Examinați desfășurarea cilindrului și a conului.



• Reprezentați desfășurarea:

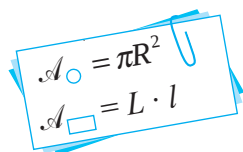
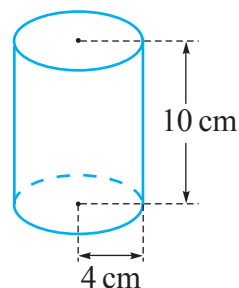
- unui cilindru cu înălțimea de 5 cm și raza bazelor de 3 cm;
- unui con cu generatoarea de 4 cm și raza bazei de 2,5 cm.

Aplicăm

3 Aflați aria suprafeței ocupate de desfășurarea unui cilindru cu înălțimea de 10 cm și raza bazei de 4 cm.

Rezolvare:

Desfășurarea cilindrului din imagine este formată dintr-un dreptunghi cu dimensiunile de $2\pi \cdot 4$ cm, 10 cm și din două cercuri cu raza de 4 cm.



Prin urmare,

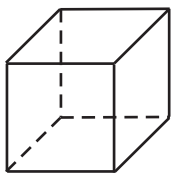
$$A = 2\pi \cdot 4 \cdot 10 + 2 \cdot \pi \cdot 4^2 = \pi(80 + 32) = 112\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Răspuns: $112\pi \text{ cm}^2$.

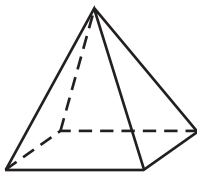
Exerciții și probleme



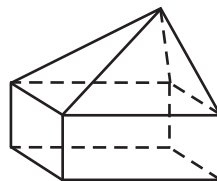
1. Examinați desenul și aflați câte muchii are corpul geometric:



a)



b)



c)

2. Examinați desenul problemei 1 și aflați câte fețe are fiecare corp geometric.

3. Stabiliți câte vârfuri are o piramidă:

a) patrulateră; b) pentagonală; c) hexagonală.

4. Aflați volumul unui cub cu muchia de: a) 10 cm; b) $2\frac{2}{3}$ cm.

5. Aflați volumul unui cuboid cu dimensiunile:

a) 3 cm, 5 cm, 8 cm; b) 4 cm, $3\frac{1}{4}$ cm, 8 cm.

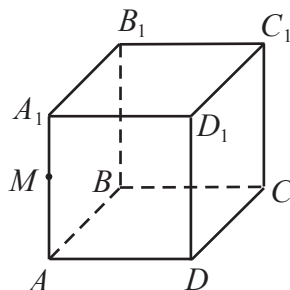
6. Aflați aria totală a unui cub cu muchia de: a) 8 cm; b) $5\frac{1}{6}$ cm.

7. Aflați aria totală a unui cuboid cu dimensiunile:

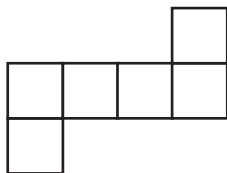
a) 6 cm, 8 cm, 10 cm; b) 4 cm, 6 cm, $2\frac{1}{6}$ cm.

8. În desen este reprezentat un cub. Precizați:

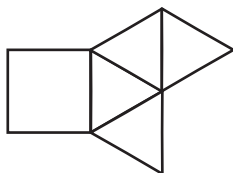
- a) dreptele paralele cu AD ;
b) dreptele paralele cu DC ;
c) dreptele concurente în punctul B ;
d) trei puncte necoliniare;
e) perechile de drepte care nu sunt nici paralele și nici concurente.



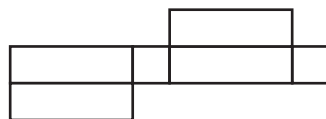
9. Desfășurarea cărui corp geometric este reprezentată în desen?



a)



b)



c)

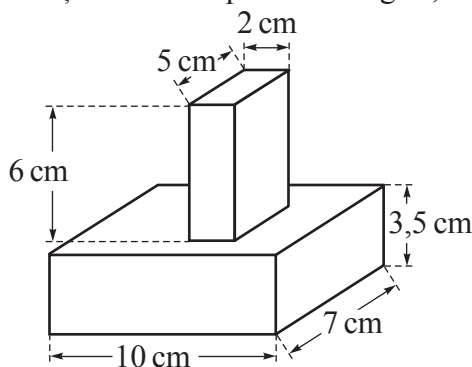
10. Reprezentați desfășurarea:

- a) unui cub cu muchia de 5 cm;
b) unui cuboid cu dimensiunile de 4 cm, 5 cm, 6 cm;
c) unei prisme triunghiulare cu muchiile bazei de 3 cm și muchiile laterale de 5 cm.

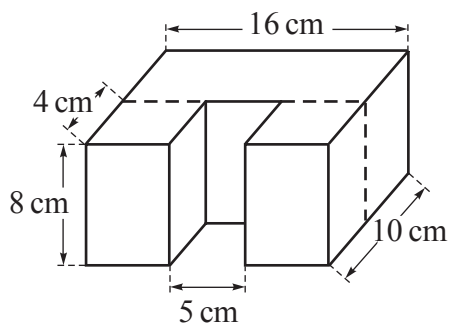
11. Reprezentați desfășurarea unui cilindru cu:
- raza bazelor de 4 cm și înălțimea de 3 cm;
 - diametrul bazelor de 7 cm și înălțimea de 4 cm;
 - înălțimea congruentă cu diametrul bazelor, egal cu 5 cm.



12. Aflați volumul corpului din imagine, care este format din cuboizi:



a)

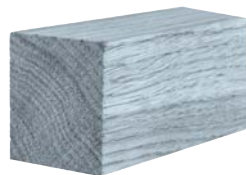


b)

13. Un bazin are forma unui cuboid cu dimensiunile bazei de 10 m și 15 m. Ce adâncime are bazinul, dacă în el încap $352,5 \text{ m}^3$ de apă?
14. Un hambar are forma unui cuboid cu dimensiunile de 20,5 m, 6 m și 5 m. Ce cantitate de fân poate fi păstrată în el, dacă 1 m^3 de fân cântărește 52 kg?
15. Mihai taie cuburi cu muchia de 2 cm dintr-o bucată de lemn de forma unui cuboid cu dimensiunile de 12 cm, 16 cm și 10 cm. Ce lungime va avea șirul de cuburi puse „cap la cap”?
16. Aflați masa unei bucăți de fier de forma unui cuboid cu dimensiunile de 6 cm, 10 cm și 15 cm, dacă se știe că densitatea fierului este de $7,8 \text{ g/cm}^3$.
17. Știind că densitatea fierului este de $7,8 \text{ g/cm}^3$, aflați care este lungimea muchiei unui cub de fier cu masa de: a) 975 g; b) 121 kg 875 g; c) 62,4 kg.



18. Un cuboid din lemn are dimensiunile de 16 cm, 10 cm și 12 cm. Ce volum maxim va avea un cub care poate fi confecționat din cuboidul dat?



19. O bucată de săpun are forma unui cuboid cu dimensiunile de 8 cm, 4 cm și 2 cm. Pe parcursul a 7 zile de folosire, toate dimensiunile săpunului s-au micșorat de 2 ori. Pentru câte zile va ajunge bucata de săpun rămasă?



Să recapitulăm

1. Care sunt noțiunile geometrice de bază?
2. Cum se notează noțiunile geometrice de bază?
3. Prezentați exemple de asocieri cu drepte, puncte, semidrepte, segmente, drepte paralele, drepte perpendiculare, drepte concurente din lumea înconjurătoare.
4. Care segmente sunt congruente? Cum se notează?
5. Pentru ce se utilizează rigla gradată? Dar echerul? Compasul?
6. Ce instrument nou ați studiat în clasa a VI-a? Cu ce scop se utilizează?
7. Cum se clasifică unghiurile?
8. Care sunt unitățile de măsură a unghiului?
9. Care unghiuri sunt congruente? Cum se notează?
10. Ce tipuri de linii frânte cunoașteți?
11. Ce este poligonul?
12. Care este cel mai simplu poligon?
13. Cum se clasifică poligoanele?
14. Care sunt elementele unui poligon?
15. Cum se clasifică patrulateralele?
16. Prin ce diferă paralelogramul de trapez?
17. Care sunt asemănările dintre pătrat și romb?
18. Cum se clasifică paralelogramele?
19. Ce înseamnă a afla perimetrul unui poligon?
20. Cum se calculează aria pătratului? Dar aria dreptunghiului?
21. Cum poate fi construit un cerc? Care sunt elementele cercului?
22. Care este deosebirea dintre cerc și disc?
23. Cum se calculează lungimea cercului? Dar aria discului?
24. Ce reprezintă numărul π ?
25. Ce corpuri geometrice ați studiat?
26. Care sunt elementele cubului, cuboidului, piramidei?
27. Prezentați câteva variante de desfășurare a cubului, cuboidului, piramidei.
28. Cum se calculează volumul cubului? Dar al cuboidului?
29. Ce figuri geometrice plane sunt elemente ale corpurilor geometrice studiate?
30. Care sunt desfășurările corpurilor rotunde studiate?
31. Care sunt elementele corpurilor rotunde studiate?
32. Cum pot fi calculate ariile suprafețelor corpurilor geometrice studiate?
33. Prezentați exemple de construcții din localitate ce conțin corpurile geometrice studiate.

Exerciții și probleme recapitulative

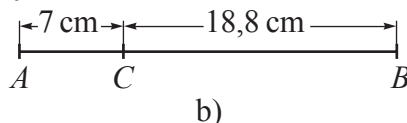
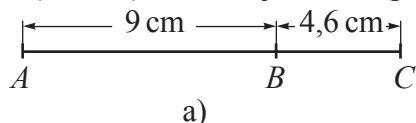
1. Construiți și notați:

- | | |
|--|---|
| a) două drepte concurente; | c) un paralelogram; |
| b) două segmente paralele intersectate de o semidreaptă; | d) un romb; |
| | e) un trapez cu laturile laterale congruente. |

2. Citiți, apoi reprezentați printr-un desen:

- a) $M \in [CD]$, $CD \parallel AB$; b) $\{X, Y, Z\} \subset MN$, $MN \cap AB = \{Y\}$;
 c) $[BA] \perp [BC]$, $[KM] \parallel [BC]$, $K \in [BA]$;
 d) $AB \parallel CD$, $KP \cap AB = \{M\}$, $KP \cap CD = \{N\}$.

3. Aflați distanța dintre mijloacele segmentelor AB și BC .



4. Stabiliți tipul unghiului, știind că măsura lui este de:

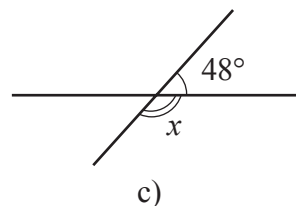
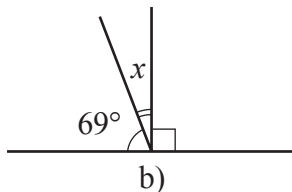
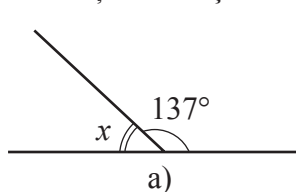
- a) 21° ; b) 99° ; c) 135° ; d) 88° ; e) 180° .

5. Care este măsura unghiului descris de acul orar al unui ceas timp de:

- a) 3 ore; b) 6 ore; c) 2 ore; d) 5 ore?

6. Calculați: a) $44^\circ 38' 15'' + 29^\circ 46' 28''$; b) $66^\circ 58' 11'' + 17^\circ 24' 43''$;
 c) $100^\circ 50' 42'' - 83^\circ 55' 28''$; d) $108^\circ 12' 14'' - 57^\circ 57' 16''$.

7. Examinați desenul și calculați valoarea lui x :



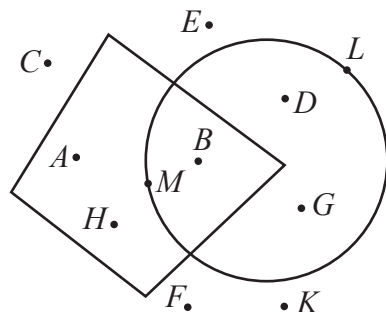
8. Construiți:

- a) o linie frântă deschisă cu 6 laturi;
 b) o linie frântă închisă cu 5 vârfuri;
 c) o linie frântă închisă care să nu fie poligon.

9. Aflați lungimea laturii unui poligon cu 5 laturi congruente, dacă se știe că perimetrul poligonului este de 1,8 dm.

10. Examinați desenul, apoi selectați punctele care:

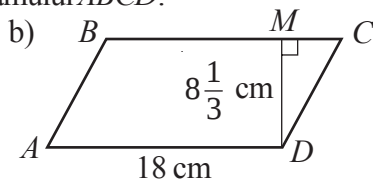
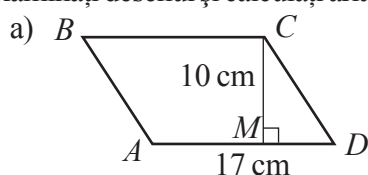
- a) aparțin interiorului patrulaterului și exteriorului cercului;
 b) aparțin cercului și exteriorului patrulaterului;
 c) aparțin interioarelor ambelor figuri;
 d) aparțin exterioarelor ambelor figuri.



11. Calculați perimetrul: a) unui romb cu laturile de 8,3 cm;
b) unui dreptunghi cu laturile de 6 cm și 2,4 cm;
c) unui paralelogram cu laturile de 7,5 cm și 3,8 cm.
12. Calculați aria: a) unui pătrat cu latura de 6,1 cm;
b) unui dreptunghi cu laturile de 5 cm și 8,2 cm;
c) unui romb cu diagonalele de 0,75 cm și 4 cm;
d) unui pătrat cu perimetrul de 1 m.
13. Aflați aria discului cu raza de: a) $\frac{8}{\pi}$ cm; b) 14 cm; c) $\frac{1}{20}$ m.
14. Aflați volumul unui cuboid cu dimensiunile:
a) 10 cm, 11 cm, 12 cm; b) 4 cm, $\frac{1}{8}$ cm, 8 cm.
15. Aflați aria totală a fiecărui cuboid de la exercițiul 14.

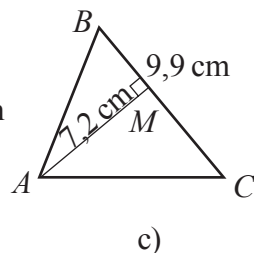
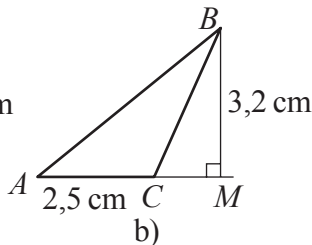
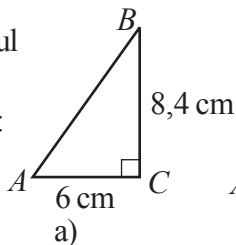


16. Examinați desenul și calculați aria paralelogramului $ABCD$:



Indicație: Reduceți rezolvarea la aflarea ariei unui dreptunghi.

17. Examinați desenul și calculați aria triunghiului ABC :

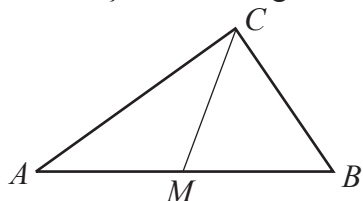


Indicație: Reduceți rezolvarea la aflarea ariei unui dreptunghi.

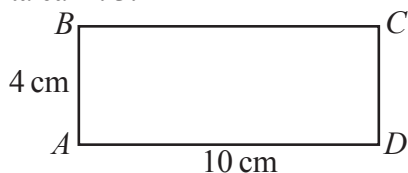
18. Aflați lungimile laturilor unui dreptunghi cu aria de 192 cm^2 , dacă se știe că ele se raportează ca 3 : 4.



19. Arătați că dacă M este mijlocul laturii AB a triunghiului ABC , atunci ariile triunghiurilor AMC și BMC sunt egale.



20. Examinați desenul și explicați cum poate fi divizat dreptunghiul $ABCD$ în 2 părți ale căror arii se vor raporta ca 2 : 3.





Test sumativ

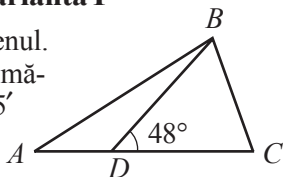
Timp efectiv de lucru:
45 de minute

Varianta I

1. Examinați desenul.

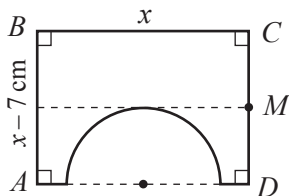
Unghiul A are măsura cu $15^\circ 45'$ mai mică decât a unghiului ADB . Completați:

- Semidreptele ... și ... sunt opuse.
- $m(\angle BDA) = \dots$
- $m(\angle A) = \dots$
- Unghiurile ADB și BDC sunt ...



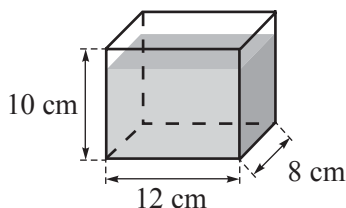
2. Examinați desenul.

$ABCD$ este dreptunghi. M este mijlocul laturii CD .



- Calculați diametrul cercului din care provine semicercul, dacă $x = 25,4$ cm.
- Aflați perimetrul figurii.
- Aflați aria figurii.

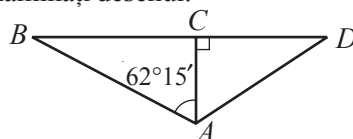
3. Într-un vas de forma unui cuboid cu dimensiunile de 12 cm, 8 cm și 10 cm s-a turnat ulei (a se vedea desenul).



- La ce înălțime s-a ridicat uleiul în vas, dacă el ocupă un volum de 864 cm^3 ?
- Câte procente din capacitatea vasului ocupă uleiul?
- Cât cântărește uleiul, dacă 10 cm^3 de ulei cântăresc 8 g?

Varianta II

1. Examinați desenul.

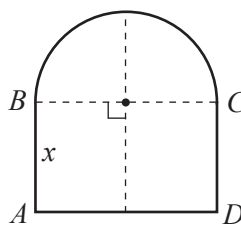


Completați:

- $AB \cap CD = \dots$
- $m(\angle ACB) + m(\angle ACD) = \dots$
- $m(\angle ACB) = m(\angle BAC) + \dots$
- Unghiurile ACB și ACD sunt ...

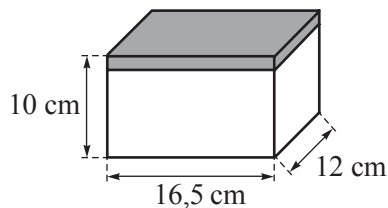
2. Examinați desenul.

$ABCD$ este dreptunghi și $AB = 0,6BC$.



- Calculați raza cercului din care provine semicercul, dacă $x = 14,4$ cm.
- Aflați perimetrul figurii.
- Aflați aria figurii.

3. Stratul de ciocolată de pe un tort de forma unui cuboid (a se vedea desenul) ocupă 15 % din volumul tortului.



- Ce volum ocupă tortul?
- Ce volum ocupă ciocolata?
- Cât cântărește ciocolata, dacă 10 cm^3 de ciocolată cântăresc 13 g?

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	30–29	28–27	26–24	23–21	20–18	17–14	13–9	8–5	4–2	1–0

Răspunsuri

Capitolul 1

§ 1. 4. b) 13 km. 6. 54 m. 7. a) 212; b) 256; c) 1 529; d) 390; e) 1 820; f) 1 540. 11. a) 3; b) 290; c) 289; d) 1 100; e) 170; f) 240; g) 6; h) 100. 12. a) 144; b) 675; c) 1; d) 4 096; e) 1; f) 218; i) 5; j) 6. 13. 51 de pasageri. 14. a) 6 300; b) 1 344; c) 630. 15. a) 1 326; b) 4 824; c) 3 780; d) 12 700; e) 105 600. 17. 36 cm². 18. a) 38 000; b) 1 050; c) 3 480; d) 7 420. 20. a) 1 331; b) 341; c) 256; d) 800. 22. a) 10; b) 225; c) 10; d) 2 401; e) 0; f) 900; g) 256; h) 9; i) 625. 24. 93 de pagini. 25. 20 de șoareci. 26. a) 1; b) 6; c) 1. *Indicație:* Scrieți 3^{20} în forma $3^5 \cdot 3^5 \cdot 3^5 \cdot 3^5$.

§ 2. 2. a) {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90}; c) {15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95}. 3. a) $2\,456 : 5 = 491$, rest 1; d) $1\,234 : 3 = 411$, rest 1. 4. 6; 28. 5. a) 11 211, 2 880, 6 666, 7 728, 91 917; b) 2 880, 91 917. 6. a) 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18; b) 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24; e) 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250. 7. b) 18, 36, 54, 72, 90; c) 35, 70; d) 19, 38, 57, 76, 95. 8. 311, 137, 211, 163. 9. b) $2^4 \cdot 5$; d) $2^3 \cdot 17$; e) $2^4 \cdot 3 \cdot 5$. 10. b) 9; d) 12; e) 120. 11. b) $\frac{12}{31}$; c) $\frac{6}{7}$; d) $\frac{4}{5}$. 12. b) 45; c) 135; d) 36; e) 429; f) 192. 14. a) 1 230, 1 233, 1 236, 1 239; b) 2 502, 2 511, 2 520, 2 529, 2 538, ..., 2 592; c) 6 300, 6 390. 16. a) A; b) F; c) F; d) A. 17. La ora 9:00. 18. 2. 19. a) A; b) F; c) A; d) F; e) A; f) F. 21. a) 8 și 16; b) 9 și 36 sau 18 și 27. 22. 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91. 23. Nu. 26. 15 m. 27. 22, 44, 66, 88. 28. *Indicație.* Aflați [24, 40]. 31. Peste 12 săptămâni, adică la 2 august. 32. 502.

§ 3. 2. c) 2,5; d) 2; e) 16; f) 6. 3. 2) c); d); f). 6. a) $S = \{6\}$; b) $S = \{55\}$; c) $S = \{20\}$; d) $S = \emptyset$; e) $S = \{1152\}$; f) $S = \{600\}$; g) $S = \emptyset$; h) $S = \{5\}$. 8. 536 de piese. 9. 16 t. 10. a) 4 lei; b) 7 integrale; c) 144 de pești. 13. a) $3a + 3 = 30$, $S = \{9\}$. 16. a) $S = \{303\}$, $S = \{18\}$; b) $S = \{208\}$, $S = \{37\}$; c) $S = \{18\}$, $S = \{7\}$; d) $S = \{20\}$, $S = \{2778\}$; e) $S = \{430\}$, $S = \{172\}$; f) $S = \{9\}$, $S = \{11\}$. 17. a) 11 ani; b) 6 lei; c) 49. 21. a) $S = \emptyset$; b) $S = \{1\}$; c) $S = \emptyset$; d) $S = \emptyset$. 22. a) 40 de automobile BMW; b) 93 de cărți în limba română; c) 192 de pasageri. 23. a) 27 de meri; b) 13 capre; c) 80 de lei; d) 10 pui. 26. a) 118; b) 301. 29. 82 de oi și 18 capre. 30. O pâine – 6 lei, un cozonac – 30 de lei. 31. 111, 112, 113. 32. 20 de portocale, 10 mandarine, 22 de kiwi. 33. Sergiu – 62 de lei, Maxim – 19 lei. 34. 40 kg de ciment, 80 kg de nisip și 30 kg de var. 35. a) 37; b) 237; c) 75; d) de 25 de ori. 37. a) 37,5; b) 0,125.

Capitolul 2

§ 1. 7. a) F; c) A; d) F; e) F; f) A. 12. a) $M_1(-4)$; b) $M_2(0)$; c) $M_3(-7)$; d) $M_4(3)$; e) $M_5(7)$; f) $M_6(-12)$. 13. a) -11 și 11; b) -65 și 65; c) -78 și 78; d) -100 și 100. 16. a) 65, -18, 22, 30, -11, -100, 2 011, 0. 20. a) 20; b) 8; c) 123; e) 0; h) 411. 21. a) 19; b) 33; c) 87; g) 215; h) 98. 22. a) {5; 6; 9; 11; 29; 388}. 25. a) $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$; d) $D = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. 28. -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, 0. 32. a) {0, 2, -5, 10}; c) {-9, 3, -1, 8}. 34. a) $a = 15$ sau $a = -15$; b) $a = 123$ sau $a = -123$; c) $a = 0$; d) $a = 63$ sau $a = -63$. 37. a) 35; b) 14; c) 48. 39. a) $a = 12$; b) $a = 17$; c) $a = 25$. 42. a) $A = \{-2; 1; 0; 1; 2\}$; b) $B = \{-1; 0; 1\}$. 44. 1) F; 2) A; 3) A; 4) F. § 2. 6. b) $-18 < -17 < -16$; d) $21 < 22 < 23$; f) $18 < 18,25 < 19$. 10. a) -24, -19, -18, 15, 16, 21, 63. 13. $a > 0$. 15. a) $b > a$; b) Nu se poate determina. § 3. 1. a) 10; b) -8; c) -9; d) 7. 2. a) -131; b) -35; d) -42. 6. a) -2; b) -10; c) -8; d) -13. 8. a) -6; b) -2; c) -1; d) 11; e) 12; f) -23; g) 25; h) -1. 11. a) -9; b) 2; c) 6; d) -6; e) 8; f) 0. 13. a) 27; b) -151; c) -27; d) -16; e) -185. 14. b) -280; c) -180. 15. a) -6; b) 0; c) 15. 17. a) -10; b) -41; c) -10; d) -40. 18. a) -100; b) -200. 25. 100. 28. a) 0; b) -97 778; c) -986 667.

§ 4. 2. a) -19; b) -12; c) 0; d) -25; e) -14; f) 39; g) 13; h) -22; i) 46. 3. a) 8; b) 12; c) 3; d) 3; e) -9; f) -6; g) -7; h) -7; i) 2. 5. a) $AB=8$; b) $AB=9$; c) $AB=1$. 8. a) 8; b) -3; c) -18; d) 5; e) 1. 9. a) -8; b) -11; c) 2. 16. $C(4)$ și $AC=16$.

§ 5. 2. a) -54; b) -105; c) 44; d) -17; e) 0. 7. a) -1 800; b) -560; c) 0; d) 960. 8. a) 1; b) -32. 12. a) -3; b) -12; c) -5; d) 12. 13. a) -12 600; b) 1 000; c) -1 300; d) -29. 14. a) -1 210; b) -17 200; c) 15 000; d) -15 000. 18. a) -1 188; b) -1 919; c) 1 485; f) -14 443.

§ 6. 2. a) -13; b) 4; c) -7; d) -12; e) -19; f) -27; g) 0; h) 51; i) -11. 4. a) 16; b) -4; c) 6; d) -8. 6. a) 3; b) -3; c) -4; d) -2. 8. La ora 12:00. 9. a) -29; b) -6; c) 25; d) 3.

§ 7. 3. a) 1; b) 625; c) -1; d) 1; e) -343; f) 3 600; g) 10 000. 9. a) -67; b) -1 010; d) 118. 10. a) 1 942; b) -363; c) -370. 15. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 18. a) 9; b) 7; c) 12; d) 8; e) 4; f) 3; g) 8. 19. a) 1000; b) 144; c) -7; d) 16; e) -1000; f) 144; g) 216; h) 100. 20. c) -815; d) 1780. 23. a) $S = \{-2, 2\}$; b) $S = \emptyset$; c) $S = \{-2\}$.

§ 8. 3. a) $S = \{-3\}$; b) $S = \{85\}$; c) $S = \{-1912\}$. 4. a) $S = \{-170\}$; b) $S = \{1992\}$; c) $S = \{-747\}$. 5. a) $S = \{27\}$; b) $S = \{-11\}$; c) $S = \{6\}$. 6. a) $S = \{160\}$; b) $S = \{380\}$; c) $S = \{342\}$. 7. a) $S = \{-24\}$; b) $S = \{100\}$; c) $S = \{-20\}$. 12. a) $S = \{4\}$; b) $S = \{5\}$; c) $S = \{-2\}$. 15. Raftul I - 42 de cărți; raftul II - 57 de cărți; raftul III - 30 de cărți. 16. Lada I - 24 kg; lada II - 12 kg; lada III - 9 kg. 20. a) $S = \{-18, 18\}$; b) $S = \emptyset$; c) $S = \{-2, 5\}$; d) $S = \{5\}$.

Exerciții și probleme recapitulative

4. a) 0; b) 0; c) 13. 6. a) $S = \{-4\}$; b) $S = \{-9\}$; c) $S = \{3\}$; d) $S = \{20\}$; e) $S = \{-3\}$; f) $S = \{-5\}$. 11. a) 35; b) -99; c) -11. 14. a) -14; b) -1. 17. a) $S = \{-5, 5\}$; b) $S = \{-7, 7\}$; c) $S = \emptyset$; d) $S = \{-6, 6\}$; e) $S = \{-4, -2\}$; f) $S = \{-3, 17\}$.

Capitolul 3

§ 1. 5. a) 4, 5; b) 0, 1; c) -1, 0, 1; d) -3, -2, -1, 0, 1, 2. 8. a) 10,6; b) 0,9; c) 10,24; d) $\frac{29}{48}$; e) $\frac{1}{8}$; f) 80. 9. a) $\frac{61}{5}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{20}$; d) $-\frac{77}{25}$; e) $\frac{7}{8}$; f) $-\frac{12}{25}$; g) $-\frac{48}{25}$; h) $\frac{3}{8}$. 10. a) $1\frac{1}{2}$; b) $-3\frac{1}{5}$; c) $5\frac{1}{4}$; d) $-3\frac{1}{8}$; e) $-7\frac{1}{200}$; f) $4\frac{1}{80}$. 11. e) 2,75; f) 0,35; g) 0,04. 16. a) 5 și 6; b) -3 și -2; c) -10 și -9; d) -12 și -11; e) 0 și 1; f) -1 și 0. 23. a) -2,5; c) -3,7; d) -1,9; e) $-\frac{1}{6}$; f) $\frac{3}{20}$; g) $-1\frac{8}{21}$; i) $-2\frac{11}{12}$; j) $-4\frac{3}{40}$; l) $-4\frac{3}{14}$; m) $\frac{13}{20}$; o) $-1\frac{5}{24}$; p) $1\frac{1}{8}$. 28. a) 4,26; b) $\frac{7}{12}$; c) 0,39; d) -13. 29. a) 0,4; c) $-2\frac{1}{8}$; d) 1; h) $1\frac{1}{2}$. 30. a) 0,96; b) -45; c) 2,4; d) $-\frac{2}{7}$; f) -6. 32. Cu 11,165 km. 34. a) -3; b) -20; c) 7,2; d) -9; e) 4; f) 0,3. 35. 40,5 lei. 36. 36,5 kg. 37. a) -3,56; b) -12,51; c) 0,3; d) -1,23. 38. a) $-\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{7}$; c) -1,9; d) -7. 40. 160 km. 42. 36. 43. 18 automobile. 44. 21 km. 46. 18 lei. 47. 28 de elevi. 48. a) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$; b) $(-1,3)^3$; c) $\left(-\frac{3}{5}\right)^5$. 49. a) A; b) F; c) A; d) A; e) A. 50. a) $\frac{44}{45}$; b) -2; c) $\frac{5}{6}$. 52. a) -5,7; 7,3; $\frac{3}{4}$; $-7\frac{1}{3}$; 0,02; b) $\frac{10}{57}$, $-\frac{10}{73}$, $-\frac{4}{3}$, $\frac{3}{22}$, -50. 58. $\text{Card} A > \text{card} B$. 61. a) -2,754; b) -0,4; c) 0,01; d) -0,475. 64. a) -1,4; b) 5; c) -1,4; d) 1,4; e) 5. 68. a) $1\frac{37}{40}$; b) $-3\frac{1}{4}$. 70. a) -89; b) 12; c) -17; d) -323. 71. Furnica a doua. 73. 95 kg. 74. Da. 75. 0,5 kg. 76. 105 manuale. 77. 420 cm; 11 016 cm². 78. a) $1\frac{7}{9}$; b) $-1\frac{3}{5}$; c) $-\frac{1}{180}$. 80. 0,4 m. 82. 9 cutii. 86. Semnul +. 89. 28 de elevi. 90. Aceeași cantitate. 91. 27 de persici. 94. 0,7 kg.

§ 2. 1. a) 2,9 m și 4,5 m. 2. a) 340 de lei; b) un album costă 11,5 lei; o carte costă 11,5 lei. 3. 480,5.
 5. a) 6 pui și 14 iepuri; b) 16 cărți a câte 50 de pagini și 6 cărți a câte 90 de pagini. 6. a) Cu 2 ani;
 b) 102 cărți în limba spaniolă, 152 de cărți în limba franceză și 204 cărți în limba engleză. 7. 560 m.
 9. 75 de găște, 25 de rațe și 20 de viței.
 § 3. 2. a) $A = \{257, 275, 527, 572, 725, 752\}$; b) $\text{card } A = 6$. 4. a) $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$; b) $\text{card } M = 12$. 6. a) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; b) $\{1, 3, 4, 5, 7\}$; e) $\{5\}$; h) $\emptyset$; i) $\{4\}$; j) $\{2, 8\}$.
 7. a) $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$; b) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$; c) $\{0, 1, 4, 9, 16\}$. 8. a) $\{0, 1, 2\}$;
 b) $\{1, 2\}$; c) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right\}$. 9. 3 tufe. 11. a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12\}$; b) $\{2, 4, 6\}$; c) $\emptyset$;
 d) $\{2, 4, 6, 12\}$; e) $\{1, 3, 12\}$. 12. 410 elevi. 16. 3 elevi.

Exerciții și probleme recapitulative

3. a) 0; b) 0. 4. 15 trandafiri. 5. 32 de elevi. 9. $\frac{8}{10}, \frac{20}{25}, \frac{24}{30}$. 10. a) A; b) F; c) A; d) F. 12. a) $1\frac{2}{5}$;
 b) $2\frac{6}{11}$; c) $16\frac{1}{3}$; d) $3\frac{4}{7}$; e) $2\frac{6}{19}$; f) $3\frac{5}{42}$. 15. a) $\frac{8}{24}$; b) $\frac{20}{24}$; c) $\frac{9}{24}$; d) $\frac{14}{24}$; e) $\frac{5}{24}$. 19. $4\frac{29}{30}$ m.
 20. $25\frac{7}{8}$ km/h. 21. $6\frac{3}{20}$ l. 22. $2\frac{7}{20}$ kg. 23. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{3}$; d) 1. 24. a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{2}{9}$; c) $\frac{1}{8}$; d) $\frac{1}{6}$;
 e) $\frac{13}{28}$; f) $\frac{6}{35}$; g) $\frac{1}{18}$; h) $\frac{7}{36}$; i) $\frac{13}{60}$; j) $\frac{17}{24}$. 25. a) $6\frac{1}{35}$; b) $2\frac{1}{30}$; c) $\frac{7}{12}$; d) $7\frac{5}{11}$; g) $3\frac{5}{8}$; h) $\frac{43}{60}$.
 26. $2\frac{2}{3}$ kg. 27. $7\frac{4}{9}$ kg. 29. $\frac{8}{21}$. 30. a) $\frac{13}{42}$; b) $1\frac{1}{60}$; c) $\frac{1}{10}$. 31. a) $4\frac{1}{5}$; b) $1\frac{5}{7}$; c) $1\frac{1}{5}$; d) $\frac{3}{10}$;
 e) $\frac{7}{30}$; f) $\frac{21}{44}$; g) $\frac{7}{36}$; h) $\frac{1}{8}$; i) $\frac{3}{10}$; j) $\frac{7}{15}$. 34. a) $4\frac{3}{8}$; b) $4\frac{8}{9}$; c) $2\frac{5}{8}$; d) $37\frac{1}{2}$. 35. a) $2\frac{1}{3}$; b) $6\frac{2}{3}$;
 c) 0. 36. 23 km/h. 37. $12\frac{4}{5}$ m². 41. a) $1\frac{1}{3}$; b) 9; c) 4; d) $1\frac{3}{7}$; e) 77; f) $\frac{3}{13}$; g) $\frac{1}{3}$; h) 2; i) $2\frac{1}{10}$; j) $3\frac{3}{7}$.
 42. $\frac{25}{676}$ m². 43. $94\frac{1}{2}$ km/h. 44. $7\frac{4}{5}$ kg. 49. a) 3 și 4; b) 7 și 8; c) 25 și 26; d) 0 și 1. 51. a) 16,12;
 b) 15,258; c) 30,644; d) 16,032. 52. 26,1 km/h. 53. 0,4 kg. 54. a) 23,39; b) 12,423; c) 15,899; d) 23,643.
 55. a) 37,287; b) 6,66; c) 91,89; d) 0,814. 59. 47,7 kg. 60. a) 3,628; b) 1,478; c) 21,773; d) 2,31.
 62. a) 0,608; b) 0,3654; e) 0,024. 66. $\mathcal{P} = 21$ m; $\mathcal{A} = 25,46$ m². 67. a) 3,45; d) 19,55; f) 0,125; g) 0,238.
 68. 168 de lei și 60 de bani. 69. 352,5 km. 70. a) 8; b) 2,2; f) 18; h) 3 000. 71. În ziua a doua.
 73. a) 1; b) $5\frac{5}{8}$. 74. a) 5; b) 4,1. 75. 400 de păsări. 78. a) $\frac{53}{300}$; b) $\frac{989}{1512}$; c) $1\frac{3}{5}$; d) $1\frac{1}{2}$. 80. a) $1\frac{3}{10}$;
 b) $\frac{9}{14}$; c) $\frac{3}{14}$; d) $2\frac{1}{10}$; e) $\frac{1}{4}$; f) 1. 81. a) $1\frac{4}{5}$; b) $7\frac{1}{12}$. 86. $16\frac{11}{18}$ kg. 87. a) $1\frac{3}{5}$; b) $\frac{4}{5}$. 88. $1\frac{1}{2}$ min.
 91. Cu 14,33 km. 98. a) 5,8; b) 1,0647; c) 10,7663; d) 74,82. 99. A prunelor, cu 20 de lei și 20 de bani.
 103. a) 31,03; b) 25,18; c) 9,76; d) 2,84. 105. 6,3 cm. 106. Da. 108. a) 22,4 m²; b) 6 rulouri. 112. 4 km.
 114. a) $2\frac{8}{9}$; b) $\frac{7}{13}$. 116. $1\frac{5}{18}$ dm². 117. 2 bucăți. 119. a) 0,096 g. 120. 20,4 km/h.

Capitolul 4

§ 1. 2. a) $\frac{1}{3}, \frac{14}{5}, \frac{4}{1}$. 5. a) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{10}{25} = \frac{18}{45}$; b) $\frac{9}{4} = \frac{18}{8} = \frac{4,5}{2} = \frac{36}{16} = \frac{45}{20}$. 7. a) $x > y$; b) $x < y$;
 c) $x > y$; d) $x > y$. 10. a) „<”; b) „<”; c) „=”; d) „<”. 13. a) 5,625; b) 4; c) 2,65; d) 7. 16. a) 20; b) 20;
 c) 8; d) 0,0028. 18. 0,6. 20. 0,25. 21. 75 g. 24. 750 kg. 25. a) 15 m; b) 1,49. 26. a) 4,14 g/cm³; b) 1 300 kg/m³;
 c) 6 500 kg/m³. 27. 10,5 lei. 28. a) 2,8; b) -1. 29. $\frac{5}{9}$. 30. 84 km/h. 31. $AC = 7$ cm, $BC = 8$ cm.
 32. a) 45 g; b) 0,09. 33. 0,125. 34. Da. 37. 100 m. 39. a) $x = 1000$, $y = 520$, $z = 500$; b) $x = 70$,
 $y = 130$, $z = 1820$. 40. 10. 41. $a = 100$, $b = 300$, $c = 600$. 42. 3 080 de lei. 44. 5.

§ 2. 4. a) 1; b) 18; c) 12,5; d) 18; e) 1,2. 6. Problema are 6 soluții. Una dintre soluții este:
a) $\frac{5,89}{6,08} = \frac{6,2}{6,4}$; b) $\frac{21}{37,8} = \frac{44}{79,2}$; c) $\frac{675}{1080} = \frac{1240}{1984}$; d) $\frac{0,06}{0,08} = \frac{0,3}{0,4}$. 7. b) $\frac{12}{8} = \frac{18}{12}$. 8. a) Da, deoarece $5 \cdot 18 = 6 \cdot 15$; b) da; c) nu; d) da; e) nu. 10. a) 1,5 km; b) 1,3 km; c) 4 km; d) 1,65 km. 11. b) 5,575;
c) $2\frac{71}{180}$; d) 14. 12. a) 16; b) $ac = 60$, $bd = 15$. 14. 1 200 cm. 17. 70 kg.

§ 3. 1. a) Da; b) nu; c) da; d) da. 3. a) A; b) F; c) F; d) A. 4. a) În 6 zile; b) în 10 zile. 5. a) 9,6 kg; 144 kg;
200 g; b) 0,875 l; 3,75 l. 6. a) 5 min. 20 sec.; 6 min. 40 sec.; b) 25 l; 45 l; 300 l. 7. Pentru 6 porții:
450 g de varză, 150 g de salam, 9 ouă, 150 g de șuncă, 120 g de maioneză, 3 cepe. 8. a) 5 g; b) 20 g.
9. a) 9,36 g; b) 15,328 g. 11. a) 37,5 kg; 22,5 kg; b) 300 l; 60 l. 14. a) $x = 1000$ lei, $y = 1860$ lei,
 $z = 2108$ lei. 15. $9 \cdot 200 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 300 + 3 \cdot 800$. 16. 9,84 cm. 17. a) 126 l; b) 94,5 l; c) 18,9 l. 18. a) 36,4 lei;
b) 91 de lei. 20. a) 261 de lei; b) 43,5 lei; c) 290 de lei. 21. 9; 10,5; 18. 22. Din 240 kg.
23. Din 1 200 kg. 25. 12,8 m. 26. 15, 20, 25. 27. 15 000, 30 000, 45 000.

§ 4. 1. a) Da; b) nu; c) da; d) da. 3. a) A; b) F; c) A; d) F. 4. 32 km/h. 5. 4 zile. 6. 15 muncitori.
7. a) 12 h; 4 h; 48 h; b) 16 persoane; 3 persoane; 48 de persoane. 8. a) 10 min.; b) 6 min. 40 sec.
9. a) 75 de borcane; b) 20 de borcane; c) 50 de borcane. 10. a) 48 de minute; b) 45 de minute;
c) 72 de minute. 11. 20 de rafturi. 12. 4 min. 48 sec. 14. 240, 180, 144. 15. 15 camioane. 17. a) $y = \frac{12}{x}$.
19. 4 km 800 m.

§ 5. 3. a) 10%; b) 20%; c) 26%. 5. a) 50%; b) 25%; c) 75%; d) 10%; e) 0,5%; f) 0,1%. 6. a) 62%;
b) 83%; c) 98,89%. 7. a) 50%; b) 25%; c) 75%; d) 40%; e) 48%; f) 45%; g) 0,5%; h) 54%; i) 0,75%;
j) 175%; k) 150%; l) 37,5%. 8. a) 4%; b) 50%; c) 25%; d) 97%; e) 101%; f) 223%; g) 20,4%;
h) 679,1%; i) 33,(3)%; j) 1060%; k) 512,3%; l) 100%. 9. a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{6}{25}$; d) 1; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{3}{5}$; g) $\frac{3}{20}$;
h) $\frac{1}{20}$; i) $\frac{13}{2}$; j) $\frac{1}{200}$; k) $\frac{1}{400}$; l) $\frac{3}{400}$; m) $\frac{11}{5}$. 10. a) 0,03; b) 0,07; c) 0,18; d) 0,44; e) 0,009; f) 0,0025;
g) 0,394; h) 0,621; i) 0,4159; j) 0,5648. 12. a) 22%; b) 40%; c) 25%; d) 37,5%; e) 0,05%; f) 1%;
g) 80%; h) 100%; i) 0,1(6)%. 13. ARISTOTEL. 14. 24 g. 15. 25%. 16. a) 40%; b) 60%; c) 36%;
d) 40%. 19. Cu 50%. 20. a) 3 960 lei; b) 102,6 lei; c) 1500 de formulare; d) 150 ha; e) 1) 18,75%;
2) 81,25%. 22. a) Da.

§ 6. 1. a) 2; b) 4; c) 20; d) 48; e) 1,5 lei; f) 6 cm; g) 18 dolari; h) 144; i) 342; j) 256; k) 385 de lei; l) 138,6 lei.
2. b) 200; c) 128; d) 800; e) 80; f) 80; g) 200; h) 125; i) 225. 3. a) 300 de lei; b) 120 de lei; c) 140 m;
d) 72 cm; e) 10 300 de lei; f) 13 800 de lei; g) 1 m 1mm; h) 1 l 90 ml. 5. a) 5%; b) 10%; c) 25%; d) 9%.
7. a) F; b) A; c) F; d) A. 8. 1 m 47 cm. 9. 168 de copii. 10. 2 736 000 de cetățeni. 11. $\approx 8,26\%$.
12. 800 g. 13. Cu 1,495%. 14. Cu 56%. 15. 72%. 16. b) 21 de băieți. 17. $3\frac{1}{3}\%$. 18. 54 292.
19. 12 băieți. 21. 720 g. 22. 2,7%. 23. a) 1,98%. 24. 20%. 27. 1 500 de lei. 28. 1 000 de lei. 29. 60%.
31. a) 250%; b) 83,(3)%; c) 600%; d) 13,(3)%. 32. Vor ajunge în același timp.

§ 7. 5. a) O bomboană roșie; b) bomboane galbene și verzi. 7. a) 2 500 de manuale; c) miercuri, luni,
joi și vineri. 8. c) Până la prânz. 12. c) Da. 13. a) 10,05; b) $1\frac{11}{14}$; c) 4. 15. 12 ani. 16. 1,29 kg.
17. 32 de ani. 25. 2,06 m. 26. Nu. 28. a).

Exerciții și probleme recapitulative

1. a) 0,4; b) 3,5; c) 0,36; d) 1,5. 3. a) $a < b$; b) $a < b$; c) $a > b$; d) $a > b$; e) $a < b$;
f) $a < b$. 4. a) 1; b) $\frac{7}{92}$. 6. a) $\frac{5}{6} = \frac{20}{24} = \frac{30}{36} = \frac{10}{12} = \frac{7,5}{9}$; b) $\frac{3,5}{0,5} = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{8,4}{1,2} = \frac{67,2}{9,6} = \frac{49}{7}$. 7. a) Făina
de grâu este mai scumpă; b) sucul de roșii este mai scump; c) faianța este mai scumpă; d) țeava

zincată este mai scumpă. **8.** a) $\frac{8}{9} = \frac{16}{18}$; b) $\frac{7,5}{6} = \frac{5}{4}$; c) $\frac{2,4}{0,96} = \frac{4}{1,6}$; d) $\frac{10}{0,4} = \frac{2}{0,08}$. **9.** a) Da; b) da; c) nu; d) da. **10.** a) 9 l; 21,6 l; 60 l; b) 37,5 l; 5 l; 4 $\frac{1}{6}$ l. **11.** 15 ore. **13.** $\frac{9}{11}$. **14.** a) 25%; b) 28%; c) 90%; d) 750%; e) 91%; f) 214%; g) 125%; h) 262,5%. **15.** a) 41,(6)%; b) 66,(6)%; c) 62,5%; d) $63\frac{3}{19}\%$. **16.** a) 153 de lei; b) 192 de lei; c) 2 625 de lei; d) 1 924 de lei. **17.** 87%. **20.** 300 W; 480 W. **21.** 9 cm. **22.** a) Pachetul *Standard*; b) În cazul pachetului *Standard*, domnul Bănuț va contribui cu 17,07 lei, iar Nelu – cu 21,33 lei. În cazul pachetului *Econom*, domnul Bănuț va contribui cu 29,33 lei, iar Nelu – cu 36,67 lei. **23.** Același preț: 340 lei/m². **24.** 5. **25.** 6 și 9. **26.** 8 și 12. **27.** 14,8 și 2,5. **28.** a) 4,5; b) 0,75; c) 80; d) 2,4. **29.** a) 48; b) 30; c) 4; d) 80. **30.** Cu 45%. **31.** 4 860 de lei. **32.** 12,5 g. **33.** 200 g. **34.** 1 400 de lei. **35.** 26, 27, 28. **36.** 8. **39.** A – 600 000 de lei; B – 180 000 de lei; C – 300 000 de lei; D – 120 000 de lei. **42.** Cu 25%. **43.** a) 125%; b) 44,(4)%. **44.** a) 5; b) 25. **45.** a) $1\frac{2}{9}$; b) $\frac{2}{11}$; c) $\frac{2}{9}$; d) $1\frac{1}{6}$. **46.** 3.

Capitolul 5

§ 1. **8.** a) 18,8 cm; b) 24 cm; c) 39,6 cm; d) 16,2 cm. **11.** În 12 moduri: *AB, BA, AC, CA, AD, DA, BC, CB, BD, DB, CD, DC*. **12.** 20 cm. **13.** 12 cm. **14.** În 7 porțiuni. **15.** C(–2,5; –2), D(–2; 2), E(2,5; –2), F(5; 2,5), G(2; 3), H(–3; 1), L(–1; 4,5), K(5; 1).

§ 2. **11.** a) 90°; b) 180°; c) 150°; d) 60°. **12.** a) 125°; b) 22°; c) 71°. **13.** a) 5 min.; b) 10 min.; c) 22 min. 30 sec.; d) 10 sec. **14.** a) 65°7'; b) 82°42'; c) 24°7'; d) 3°8'. **15.** a) 36°; b) 72°; c) 144°; d) 108°. **17.** a) 22°30'; b) 48°30'; c) 151°16'; d) 134°58'. **18.** a) 28°56'24"; b) 40°9'; c) 34°27'; d) 89°13'12". **19.** a) 75°; b) 111°; c) 112°30'; d) 33°; e) 46°30'. **20.** a) 136° și 44°; b) 68° și 112°. **21.** 22° și 68°. **22.** 34° și 146°. **23.** 130° și 50°. **24.** a) A; b) F; c) A; d) A. **25.** 20°, 20°, 160°, 160°. **26.** a) $m(\angle BOC) = m(\angle AOD) = 156^\circ$, $m(\angle COD) = 24^\circ$. **27.** $m(\angle AMN) = m(\angle MND) = m(\angle CNK) = 63^\circ$, $m(\angle AMP) = m(\angle BMN) = m(\angle CNM) = m(\angle DNK) = 117^\circ$.

§ 3. **4.** a) 19 cm; b) 4,5 cm. **5.** a) 5 diagonale; b) 9 diagonale. **6.** a) 64 cm²; b) $10\frac{9}{10}$ cm²; c) 4,2025 cm²; d) 53,(7) cm². **7.** a) 60 cm²; b) 20,4 cm²; c) 50 cm². **11.** a) 14 cm; b) 11,(1) cm; c) 119,8 cm; d) 20,(4) cm.

§ 4. **6.** b) $12,8\pi$ cm; c) 2 cm. **7.** b) $7\frac{9}{16}\pi$ cm²; c) $\frac{81}{\pi}$ cm². **8.** b) $0,49\pi$ cm²; c) $\frac{25}{\pi}$ cm². **11.** a) Aparține interiorului cercului; b) aparține cercului; c) aparține exteriorului cercului; d) aparține interiorului cercului. **12.** a) 2; b) 0; c) 1; d) 0. **14.** a) 8π cm; b) 3π cm; c) $5\frac{1}{7}\pi$ cm. **16.** a) 8π cm²; b) 9π cm²; c) 48π cm².

§ 5. **4.** a) 1000 cm³; b) $18\frac{26}{27}$ cm³. **5.** a) 120 cm³; b) 104 cm³. **6.** b) $160\frac{1}{6}$ cm². **7.** b) $91\frac{1}{3}$ cm². **12.** a) 305 cm³; b) 1120 cm³. **13.** 2,35 m. **14.** 31 980 kg. **15.** 4,8 m. **16.** ≈ 7 kg 20g. **17.** a) 5 cm; b) 25 cm; c) 20 cm. **18.** 1000 cm³. **19.** Pentru o zi.

Exerciții și probleme recapitulative

3. a) 6,8 cm; b) 12,9 cm. **4.** a) Ascuțit; b) obtuz; c) obtuz; d) ascuțit; e) alungit. **5.** a) 90°; b) 180°; c) 60°; d) 150°. **6.** a) 74°24'43"; b) 84°22'54"; c) 16°55'14"; d) 50°14'58". **7.** a) 43°; b) 21°; c) 132°. **11.** a) 33,2 cm; b) 16,8 cm; c) 22,6 cm. **12.** a) 37,21 cm²; b) 41 cm²; c) 0,0625 cm². **13.** a) $\frac{64}{\pi}$ cm²; b) 196π cm²; c) $\frac{\pi}{400}$ cm². **14.** a) 1320 cm³; b) 4 cm³. **15.** a) 724 cm³; b) 66 cm³. **16.** a) 170 cm²; b) 150 cm². **17.** a) 25,2 cm²; b) 4 cm²; c) 35,64 cm². **18.** 16 cm și 12 cm.

Cuprins

Capitolul 1. Numere naturale. Recapitulare și completări

§ 1. Mulțimea numerelor naturale	4
§ 2. Divizibilitate	13
§ 3. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea $\mathbb{N}$	23
<i>Să recapitulăm</i>	35
<i>Test sumativ</i>	36

Capitolul 2. Numere întregi

§ 1. Mulțimea numerelor întregi	38
§ 2. Compararea și ordonarea numerelor întregi	48
§ 3. Adunarea numerelor întregi	52
§ 4. Scăderea numerelor întregi	58
§ 5. Înmulțirea numerelor întregi	63
§ 6. Împărțirea numerelor întregi	67
§ 7. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Ordinea efectuării operațiilor	70
§ 8. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea $\mathbb{Z}$	77
<i>Să recapitulăm</i>	81
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	82
<i>Test sumativ</i>	84

Capitolul 3. Numere raționale

§ 1. Mulțimea numerelor raționale	86
§ 2. Rezolvarea problemelor în mulțimea numerelor raționale	115
§ 3. Mulțimi. Operații cu mulțimi	121
<i>Să recapitulăm</i>	127
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	128
<i>Test sumativ</i>	142

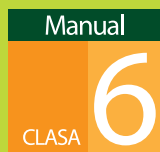
Capitolul 4. Rapoarte și proporții

§ 1. Rapoarte	144
§ 2. Proporții	156
§ 3. Mărimi direct proporționale	162
§ 4. Mărimi invers proporționale	169
§ 5. Procente	175
§ 6. Rezolvarea problemelor cu procente	181
§ 7. Elemente de probabilități și de organizare a datelor	186
<i>Să recapitulăm</i>	194
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	195
<i>Test sumativ</i>	200

Capitolul 5. Elemente de geometrie

§ 1. Noțiuni geometrice de bază	202
§ 2. Unghiuri	208
§ 3. Poligoane	217
§ 4. Cercul. Discul	224
§ 5. Corpuri geometrice	229
<i>Să recapitulăm</i>	235
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	236
<i>Test sumativ</i>	238
Răspunsuri	239

Matematică



Editura Prut vă propune
pentru clasa a VI-a la matematică:

Manual

Culegere de exerciții și probleme

Ghid pentru profesori

ISBN 978-9975-54-517-4



9 789975 545174

www.edituraprut.md